QUÆSTIONES GEOMETRICÆ

IN

EUCLIDIS & P. RAMI

ΣΤΟΙΧΕΙΩΣΙΝ

In usum *Scholæ Mathematicæ Collectæ*.

A Doctore *PETRO RYFF*, Basil. Mathematum Professore.

Quibus

GEODÆSIAM adjecimus per usum RADII Geometrici.

Postremò

Accessit Commentatio OPTICA,

Sive Brevis Tractatio de

PERSPECTIVA COMMUNI,

Diu optata nec non Juventuti satis,

PERSPICUA.

OXONIÆ:

Typis *W. H.* Impensis *Fran: Oxlad.*

A. Dom. M. DC. LXV.

Ad Clarissimum Virum,

D. PETRUM RYFF,

PRÆCEPTOREM OLIM

suum meritissimum.

De Epitome Geometriæ ab ipso edita, Epigramma.

HAud facilis via virtutis, præclarâve rerum
Pulcrarum cuivis obvia notitia:
Sed labor & studium est scandenti culmen honoris,
Ut virtute suâ mox comitatus eat.
Plus itaque anteeunt alii, non qui optima nôrunt
Ipsi; verum alios illa docere student:
Ut, quos fortè queat radix virtutis amaræ
Abstrahere à cœptis, aut vaga cognitio;
Doctores aptos nacti, quorumque sequuti
Vestigia haud cupiant sæpe referre pedem.
Ergo operæ magnum precium, Clarissime RYFFI.
Præstas, discipulis semper adesse studens.
Ingenuos homines Mathesis decet: hæcce requirit
Ingenium, promptum quod sit & assiduum.
Hanc magno studio tradis, multumque laboras,
Ne obscurus fias, dum brevis esse cupis.
Testatur præsens hic, qui brevitate libellus
Emicat: at artis commoda multa vehit.
Perge ita: discipulis, Vir præstantissime, perge.
Profis: hinc laudis præmia magna cape.

M. LUDOVICUS LUCIUS, Basil.

ANDREÆ RYFF, SENATORI, ECCLESIARUM SCHOLARUMQUE REIPUB. BASILIENSIS

Triumviro vigilantiſſimo, agnato ſuo colendo S.

ECCLESIÆ, Scholæ totiuſque Reipub. noſtræ majores noſtros ſtudioſiſſimos fuiſſe, in eaque adminiſtranda & adaugenda ſingulari virtute, dexteritate, ſeveritate, conſtantiaque uſos eſſe litterarum docere monumenta arbitror. Tu etiam quem Omnipotens ille eandem rempub. noſtram in partibus ſibi concreditis gubernare voluit, quod officio tuo nullo modo deſis, ſed eidem pari diligentia, dexteritate & conſtantia invigiles, omnibus patere autumo. Verum ne & me in munere, quo in ſchola Academiaque noſtra fungor, deſidem eſſe exiſtimes, En ex pulvere meo ſcholaſtico Epitomen hancce, quam in uſum

 mathematum

mathematum initiatorum privatim collegi, & nunc publicam facere persuasus sum, tibi offero: speroque hilari non modo vultu te accepturum, sed & probaturum, meique ut hactenus, ita & in posterum quoque studiosissimum futurum. Vale. Basileæ Calend. Mart. Anno salutis humanæ millesimo & sexcentesimo.

Tui studiosiss.

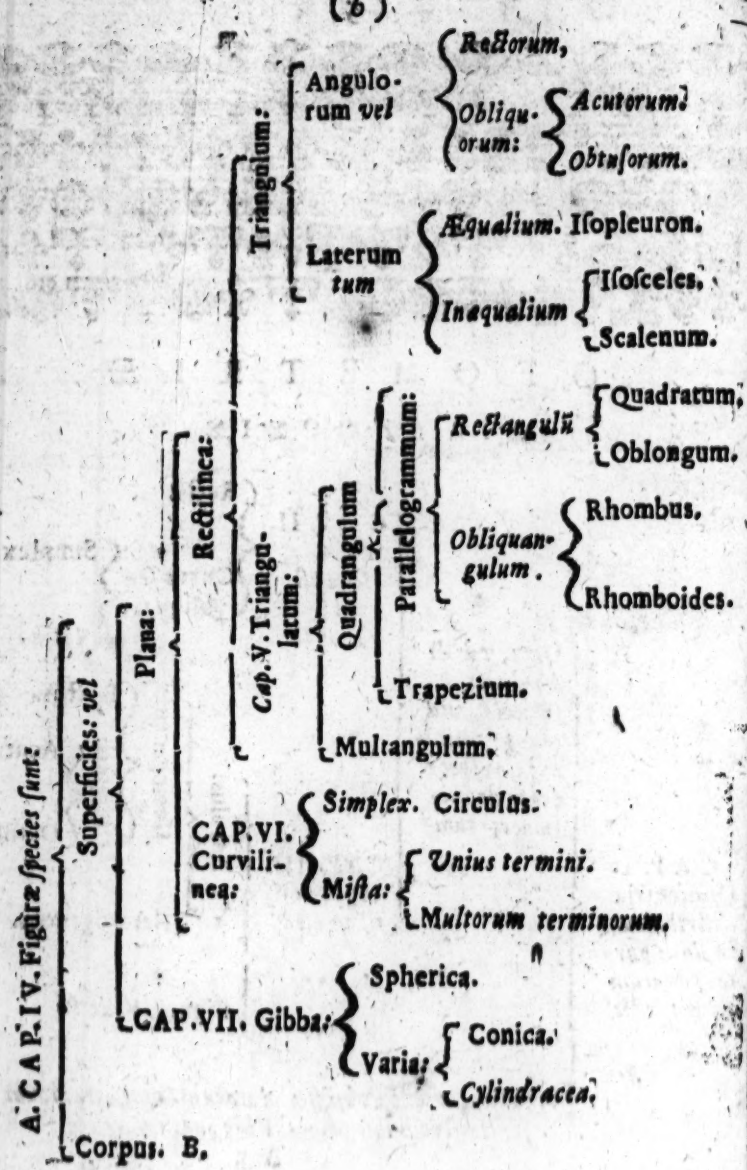
PETRUS RYFF.

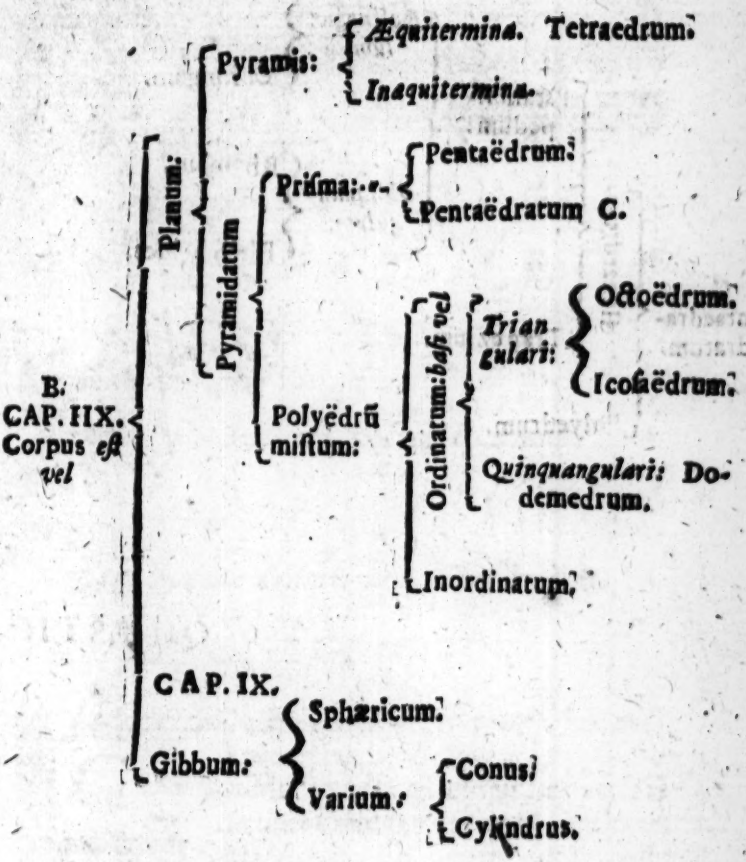
GEO-

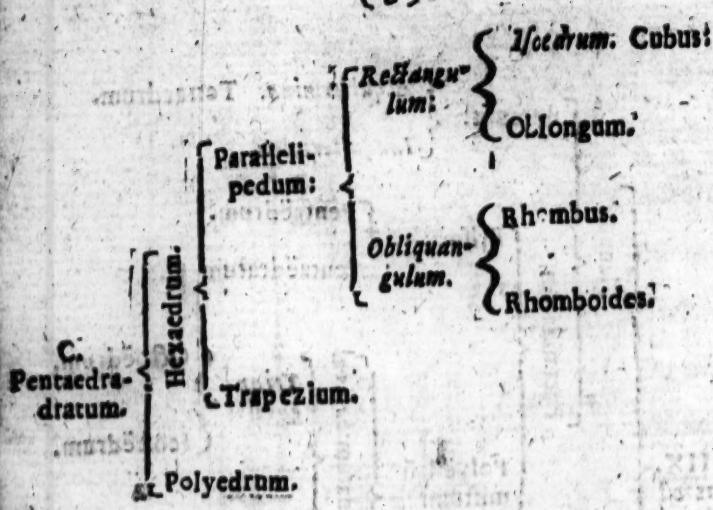
GEOMETRIÆ

ΔΙΑΤΥΠΩΣΙΣ.

- CAP. I. Geometria *distribuitur, in duas partes: quarum prior tradit*
  - Data, τὰ δεδομένα: *subjectæ vid* Magnitudinis *hujusq; specierum definitiones; tum*
  - CAP. II. Lineæ. *Quæ est vel*
    - Recta.
    - Curva *seu* obliqua,
      - Simplex.
      - Varia.
  - CAP. III. Lineamenti: *ut est*
    - Angulus:
      - Homogeneus:
        - Rectus.
        - Obliquus:
          - Acutus.
          - Obtusus.
      - Heterogeneus.
    - Figura. *Vide A.*
  - Quæsita, τὰ ζητούμενα *datarum magnitudinum adjuncta sive habitudines.* *Vide pag.* 14.


A. CAP. IV. Figuræ species sunt:
Superficies: vel
Corpus. B.
Plana:
Rectilineæ:
Triangulum:
Angulorum vel
Rectorum,
Obliquorum:
Acutorum.
Obtusorum.
Laterum tum
Æqualium. Isopleuron.
Inæqualium
Isosceles.
Scalenum.
Cap. V. Triangulatum:
Quadrangulum
Parallelogrammum:
Rectangulū
Quadratum,
Oblongum.
Obliquangulum.
Rhombus.
Rhomboides.
Trapezium.
Multangulum.
CAP. VI. Curvilineæ:
Simplex. Circulus.
Mista:
Unius termini.
Multorum terminorum.
CAP. VII. Gibba:
Spherica.
Varia:
Conica.
Cylindracea.


B.
CAP. IIX.
Corpus eſt vel
Planum:
Pyramis:
Æquitermina. Tetraedrum.
Inæquitermina.
Pyramidatum
Priſma:
Pentaëdrum.
Pentaëdratum C.
Polyëdrũ miſtum:
Ordinatum: baſes vel
Trian gulari:
Octoëdrum.
Icoſaëdrum.
Quinquangulari: Dodemedrum.
Inordinatum.
CAP. IX.
Gibbum:
Sphæricum.
Varium:
Conus.
Cylindrus.


Isocedrum. Cubus.
Rectangulum.
Oblongum.
Parallelipedum:
Rhombus.
Obliquangulum.
Rhomboides.
C.
Pentaedradratum.
Hexaedrum.
Trapezium.
Polyedrum.

QUÆSTIO-

QUÆSTIONUM GEOMETRICARUM PARS PRIOR

De Magnitudine, eiuſque ſpeciebus.

CAPUT I.

De Geometriæ definitione ac diſtributione.

Quid eſt Geometria?

GEOMETRIA *eſt ſcientia (ſiue ars) bene metiendi.*

Mathemata communiter verſari dicuntur circa proprias Quantitatis affectiones. Ea autem duplex eſſe traditur: Diſcreta ſcilicet & continua. Illa multitudinem datam numerans, Arithmeticam: hæc verò, è natura continui, Magnitudinem menſurans, Geometriam conſtituit, ſpeciem Mathematicarum veram ac legitimam alteram. Ad Geometriam, porrò

porrò quod attinet, definitum hoc significato quidem angustius est ipsa definitione: huic tamen doctrinæ, ut & aliis quandoque, nomen impositum ab effectibus prioribus, communioribus vel præstantioribus. Ars siquidem μέτρησις in dimensione Terræ Ægyptiis, ut hodie, communissima erat olim: quam Pantometriam seu Holometriam nunc, nisi Maiorum placita servare æquum foret, appellare liceret. Sive deinceps Scientiam, ob Theorematum certitudinem, cum Aristotele; sive Artem, ob præceptorum systema, cum Luciano voces, defendere te poteris facilè.

Quid vocas Bene-metiri seu mensurare?

Bene-metiri (μετρεῖν) est, rei cujusque mensurabilis naturam, vim, proprietates, habitudines, usumque interpretari & exercere.

Verbum Mensurare duplicis est significationis. Primò, actionem significat mentis, abstractam, & vere mathematicam, qua pura & logica mentis cogitatione rei mensurabilis naturam, affectiones & mensuram contemplando inquirimus, demonstramus, atque interpretamur, eamque certis schematibus juvamus & suffulcimus. Secundò, Mensurare est etiam, quando secundum jam dictum μετρήσεως modum, rei mensurabilis, concretæ longitudo, latitudo, sive crassities adhibitâ notâ & certâ aliquâ mensurâ explicatur. Primum illud mensurandi genus, quod circa τὰ νοητὰ versatur est purius, simplicius, & magis mathematicum: ideoque prius & præstantius; ut quod generalia (quæ naturæ ordine sunt priora) tradens, ex se certitudinem habet, ipsamque theoriam comprehendit. Alterum vero,

vero, quod τὰ αἰσθητὰ, certæ materiæ conjuncta, tractat, est crassius & sensibus obiectum; & quanquam popularius, tamen posterius & minus præstans, certitudinem suam à priore mutuatur, illiusque praxin & usum monstrat. Per mensurationem itaque hic non tam externa, quam interna & logica mentis actio, in metiendo occupata, intelligitur: ne quis Geometriam, Mechanicam potius artem, quam Mathematicam artem; sed ex earum numero esse intelligat, quæ res propositas ad mensurandum absque physicis accidentibus (ut est motus, gravitas, durities, &c.) consideret; quam tamen artifices, eâ instructi, ad rerum sensibilium considerationem traducant, ejusque usum demonstrent: ut Geodætes, Geographus, Astronomus, Opticus, Mechanicus, Architectus, & omnes alii artis hujus discipuli. Atque hoc sensu accepta definitio plana est reciproca.

Atqui verò, quænam sunt illæ res, quæ ita mensurandæ proponuntur?

Magnitudines. Est autem Magnitudo, quantitas continua: cujus nempe partes communi aliquo termino cohærent, seu continentur. 13. def. 1. lib. Eucl. Itaque *Magnitudo proprium & adæquatum exsistit Geometriæ subjectum.*

Ecquis ergo est communis seu primus ille cohærentis magnitudinis terminus?

Punctum. Signum scilicet in magnitudine individuum. 1. d. 1. l. Eucl.

Punctum igitur principium est γνώσεως & ἀναλύσεως magnitudinis geometricæ; quemadmodum Unitas principium numeri. Et sicut Unitas numeri quidem

quidem principium, numerus verò dici non potest: ita etiam Punctum, magnitudinis primus terminus sive principium, magnitudo tamen proinde non est.

Quomodo distribuis Geometriam?

Geometria (commoda appellatione geometrica) in Data & Quæsita, τὰ δεδομένα, καὶ τὰ ζητούμενα, distribui potest. Hoc est, in Magnitudinis eiusque specierum definitiones, & affectionum seu proprietatum explicationes.

Siquidem ad Geometriæ definitionem, in qua quæsiti huius symbola delitescunt, respiciamus, duo præcipuè in tota Geometria occurrent consideranda. Primum est subiectum ipsum, Magnitudo nimirum mensuranda, eiusque species definitionibus explicandæ. Alterum, cognitarum jam magnitudinum, tanquam subjecti dati, adjuncta seu quæsita; uti sunt variæ illarum affectiones, proprietates, & habitudines: quas metiri & explicare docet. Quod etiam Euclidem in tota sua συστάσει observasse videmus. Nos tamen, quod multoties ac divisim singulis libris præstitit Euclides, semel ac simul effectum dabimus: siquidem sapientiæ præceptum sequentes, totius subjectæ magnitudinis ideâ initio objectâ, faciliores aptioresque hujus artis studiosos sic nos reddituros omnino speramus. Interim tamen Geometriæ illam divisionem, quâ secundum triplicem, pro rei propositæ natura, mensurandi modum, in Euthymetriam, Planimetriam, & Stereometriam distribuitur, è Scholis minimè exstirpamus; verum suis ordine convenienti capitibus inserimus.

CAPUT II.

CAPUT II.

De Euthymetriæ datis. Ac primo, De Lineis,

Quas igitur Magnitudinis ſpecies conſtituis?

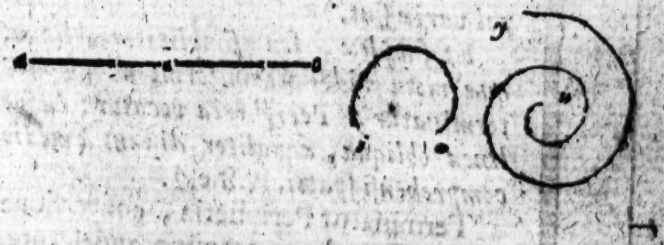
MAgnitudo eſt *vel Linea, vel Lineamentum:* γεωμή, ἢ γεωμικὸν.

Sunt partes ſeu ſpecies iſtæ, generi quidem conſentaneæ, inter ſe autem diſſentaneæ: Lineæ ſiquidem Lineamentorum, ut effectorum, cauſæ exiſtunt.

Quomodo definis Lineam?

Linea (γεωμὴ) *eſt magnitudo tantummodo longa. Ejusque termini ſunt duo puncta, lineæ extremitates terminantia.* Eucl. 2. d. 1. l. Ram. el. 2. & 3. lib. 2.

Tales creantur propriè motu Geometrico, non phyſico: ut dum longitudines itinerum mente concipiuntur, &c. Et harum Geometriam communiter Euthymetriam & Altimetriam nominarunt Scholaſtici.



Ut conſiderantur Lineæ?

Duobus modis. Primùm ſimpliciter & per ſe: deinde etiam comparate inter ſe.

Ac

Ac ſimpliciter conſideratæ lineæ, ſunt vel Rectæ, vel obliquæ.

Recta linea eſt, quæ intra ſuos terminos æqualiter interjacet, ut a

Obliqua contrà, quæ inæqualiter. E. 4. d. 1. R. 5. el. 2.

Ducendæ in plano Rectæ lineæ inſtrumentum geometricum, eſt Amuſſis ſive Regula: quale hic vides: e

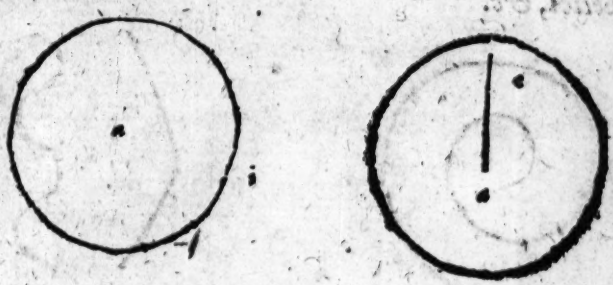
Rectæ & obliquæ lineæ quas admittunt diſtinctiones?

Recta lineâ datâ, intra eoſdem terminos rectior dari non poteſt, unica proin eſt & ſingularis. Obliquæ autem, cum inæqualiter ſuos intra terminos interjaceant, variant; ita ut vel ſimpliciter obliquæ, vel variæ ſint.

Et ſimplex, ſeu ſimpliciter-obliqua, quæ motu videlicet uniformi ac ſimplici terminatur, Peripheria vocatur: eſtque linea obliqua, æqualiter diſtans à medio comprehenſi ſpatii. R. 8. c. 2.

Terminatur Peripheria, converſione lineæ rectæ, altero termino quieſcente, altero lineante: ut hic,

Circinus

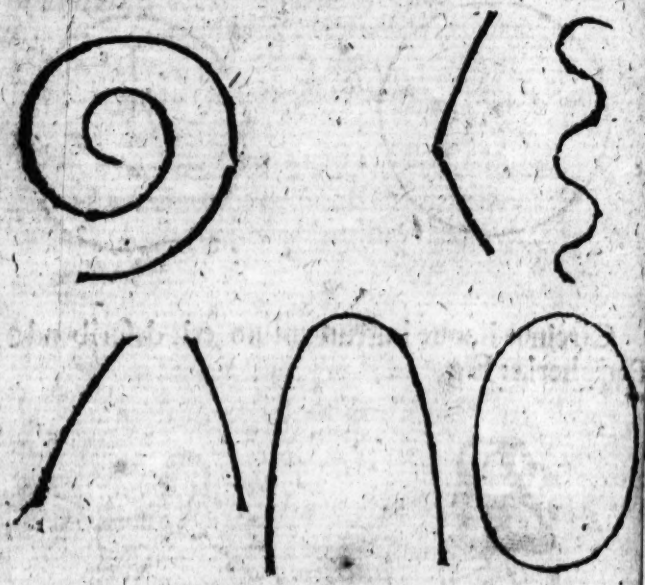


Circinus itaque instrumentum erit describendæ Peripheriæ: E.g.

Quas igitur Varias obliquas dicis?

Variæ obliquæ lineæ (Helices) dicuntur, quæ motu vario terminantur, & inæqualiter proinde distant à medio comprehensi spatii. Ut sunt lineæ spirales,

Spirales, conchules, ovales, lenticulares, circuli item helici, &c.



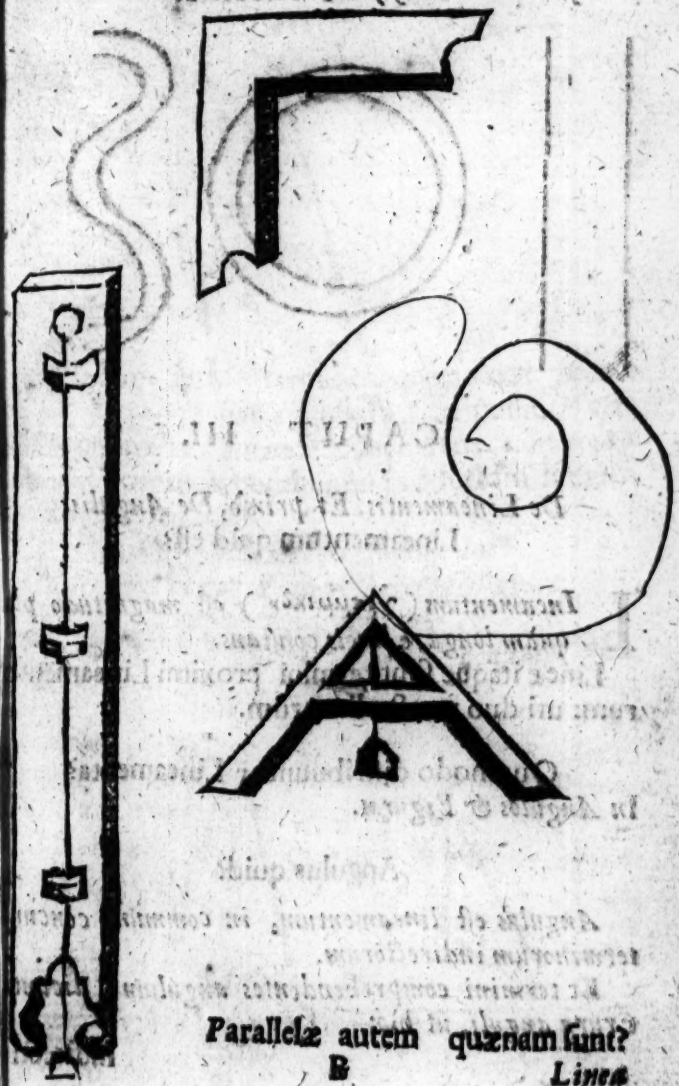
Lineæ porrò inter se comparatæ quomodo sunt affectæ?

Sunt vel perpendiculares, vel Parallelæ: aut contrà.

Perpendiculares inter se sunt duæ rectæ, quarum altera in alteram incidens, æqualiter interjacet comprehenso spatio, nec quoquam inclinat. Et tales Inter se rectæ quoque dicuntur. E.10.d.1.R.10.c.2.

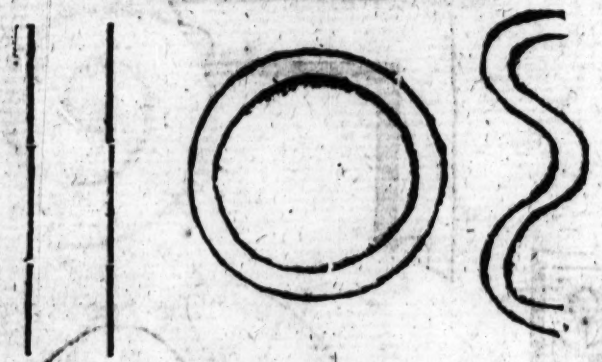
Harum instrumentum Norma

dicitur: item Perpendiculum.



Parallelæ autem quænam sunt?

Lineæ parallelæ sunt, quæ ubique æquali inter se distant. E.35.d.1. R.11.e.2.



CAPUT III.

De Lineamentis. Et primò, De Angulis.

Lineamentum quid est?

Lineamentum (γραμμικὸν) *est magnitudo p quàm longa, è lineis constans.*

Lineæ itaque sunt termini proximi Lineamen rum: uti duo puncta linearum.

Quomodo distribuuntur Lineamenta?

In Angulos & Figuras.

Angulus quid?

Angulus est lineamentum, in communi concu terminorum indirectorum.

Et termini comprehendentes angulum, dicun Crura anguli. ut hìc:

Indirect

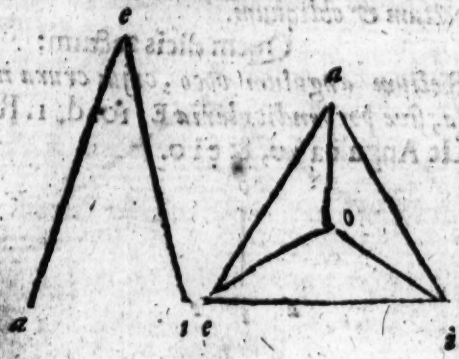
Indirectim igitur terminos concurrere neceſſe ſt, ut γωνίωσις ſive angulatio fieri poſſit. Recta enim cum recta continuè concurrens, non angu-um, ſed lineam in continuum productam longio-em duntaxat, efficiet.

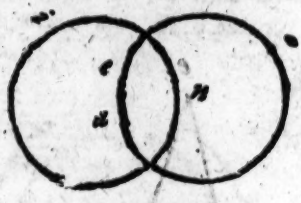
Quotuplex verò eſt Angulus?

Duplex: vel homogeneus, vel heterogeneus.

Homogeneus quinam?

Qui ex ejuſdem generis cruribus conſtat; ſive obus rectis, ſive obliquis. Ut,





Heterogeneus contrà eſt angulus, qui mixtis c
ſtat cruribus, rectie videlicet & turuis ſimul. Ut.

Angulum homogeneum quomodo ſubdiuid
In rectum & obliquum.

Quem dicis rectum:

Rectum angulum voco, cujus crura inter ſe
recta, ſive perpendicularia E. io. d. 1. R. 8. el.
Ut Anguli a i o, & e i o.

Et hi anguli omnes inter se sunt æquales. Ut enim lineâ rectâ; sic & angulo recto, rectiorem dare non potes. E. 10. ax. 1. lib. & 13. prop. 1. lib.

Atque Norma est instrumentum, lineæ rectæ super rectam in eodem plano recte erigendæ.

Obliquum angulum quemnam?

Cujus crura inter se nõ sunt ad perpendiculum erecta.

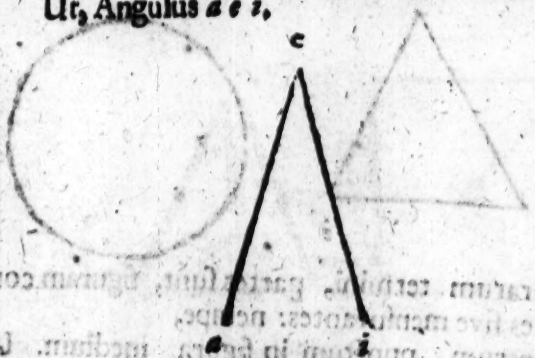
Et Obliquus iste quot generum?

Acutus alius, alius vero Obtusus.

Acutus quis?

Angulus obliquus, recto minor. E. 12. d. 1. R. 11. c. 3.

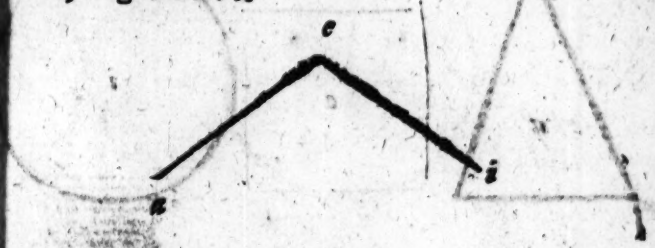
Ut, Angulus *a e i*.



Obtusus?

Obliquus angulus, recto major. E. 11. d. 1. R. 10. c. 3.

Ut, Angulus *a e i*.



CAPUT. IV.

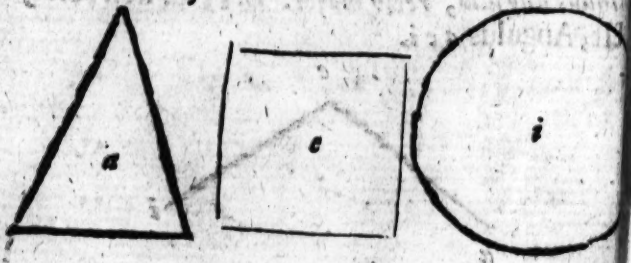
De Planimetria, datis. Figuris superficiariis. Et primò: De Triangulis.

Alteram Lineamenti speciem statuisti Figuram hæc autem quid est?

FIgura *est lineamentum vndiquè terminatum* Περιεχόμενον *dictum.* d. 14. d. R. 1. c. 4.

Figurarum termini, partes sunt, figuram constituentes sive mensurantes: nempe,

1. Centrum, punctum in figura medium. hic *a*, *e*, *i*,

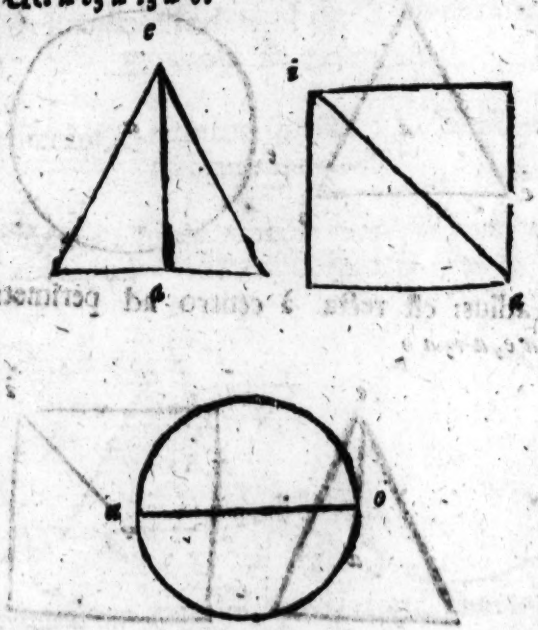


2. Perime

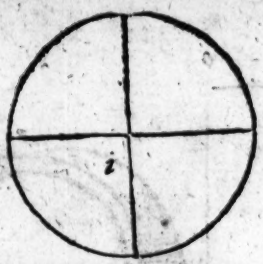
2, Perimeter, est comprehensio figuræ, Ut, e o i,

3. Radius: est recta à centro ad perimetrum, Ut, a e, a i, a o

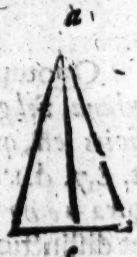
4. Diameter: est recta inscripta figuræ per centrum: Ut: *a e*, *a i*, *a o*.

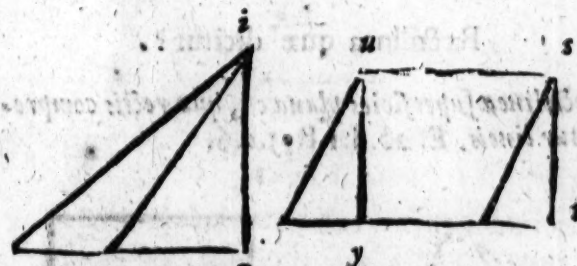


Itaque Diametri in eadem figura possunt esse infinitæ. Et Centrum figuræ semper est in diametro: & In concursu diametrorum. Ut. *a*, *e*, *i*.



5. Altitudo: perpendicularis à vertice figuræ in ejusdem basin. Ut, *a e*, *i o*, *u y*, *s r*.





De his E. 4.d.6.R.2 3.4.5.6.e.4.

Genera figurarum quot sunt?

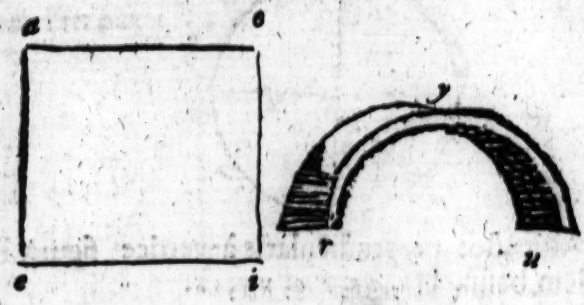
Duo: Superficies nempe, & Corpus.

Superficies quid?

Superficies est figura tantummodo lata.

Hujus termini sunt Lineæ. E.5.& 6.d.1.R.2.& 3.e.5. Vt hic:

Quotuplex



Quotuplex?

Superficies est vel plana, vel gibba.

Et plana superficies est, quæ æqualiter intra suos terminos interjacet. E.7. d.1.R.5.e.5.

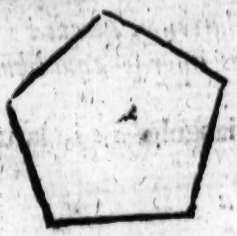
Ut in posita figura *a e i o* videre.

Quam admittunt distinctionem Planæ superficies? *Illarum aliæ sunt rectilineæ, aliæ curvilineæ:*

Rectilinea quæ dicitur?.

Rectilinea superficies plana est, quæ rectis comprehenditur lineis. E. 20.d.1.R.3.e.5.

Qua



Quas ſpecies ſtatuis Rectilineorum planorum?

Triangulum, & Triangulatum.

Quid Triangulum?

Eſt, quod comprehenditur à tribus lineis rectis. E 21. d.1.R.6.e-6. Vt hic *a e i.*

Itaque

Si termini duarum rectarum, angulum comprehendentium, recta quadam connectantur, conſtituetur Triangulum.

Vt diſtribuuntur Triangula?

Duobus modis: aut reſpectu Laterum, aut Angulorum

Laterum reſpectu quomodo?

In Iſopleuron, Iſoſceles, & Scalenum.

Iſopleuron,

Isopleuron, sive æquilaterum, est quod tribus constat lateribus inter se æqualibus.

E.24.d.1.

Vt hic in Triangnlo *a e i*, latus quodlibet æquatur alteri,

Isosceles, quod duo duntaxat habet æqualia latera

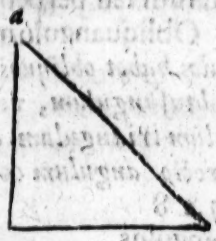
E.25.d.1.

Ut in Triangulis *a e i* & *o u y*, latera *a e* & *a i*, item *o u* & *o y*, æqualia sunt: ad quæ latus *e i*, vel *u y*, minus deprehenditur.

Scalenum

Scalenum denique cujus tria latera sunt inæqualia. E. 26. d. 1.

Ut hic, *a i* majus est vtrolibet reliquorum duorum; *e i* majus quam *a e* minus *a i*; *a e* vero vtroque reliquorum minus.



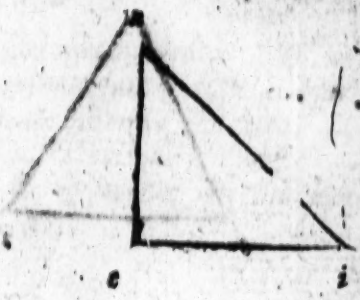
Nunc eriam, uti angulorum ratione distribuatur Triangulum, dicito?

In Rectangulum, & Obliquangulum,

Rectangulum quod vocas?

Triangulum rectangulum est, quod unum comprehendit angulum rectum. Orthogonium quoque dicitur. E. 27. d. 1. R. 2. c. 8.

Ut in Triangulo *a e i*, angulus *e* est rectus; à quo, ut à præstantiori, Triangulum nomen habet rectangulum.



Notandum hic ex ſententia Regiomont. In omni quidem triangulo ſi latus unum feceris baſin, reliqua eſſe crura: peculiariter tamen in orthogonio, latus angulo recto ſubtenſum, Hypotennſam vocari; è reliquis alterum, quod in imo jacet, Baſin: alterum Cathetum ſeu perpendicularem.

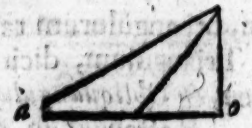
Obliquangulum quod?

Quod angulos habet obliquos omnes.

Eſtque vel obtuſangulum, vel acutangulum.

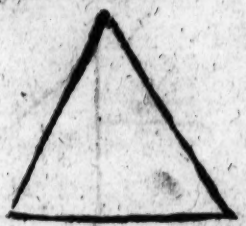
Obtuſangulum triangulum eſt, quod obtuſum unum ſeu majorem recto angulum continet Amblygonium. E.28.d.1.R.7.c.8

Ut hic, angulus



Acutangulum (oxygonium) quod omnes angulos habet acutos; minores ſcilicet rectis, E.29.d.1.R.8.c.8.

Ut in triangulo iſto *a e i.* omnes anguli ſunt minores recto & acuti: neutrum ſiquidem latus in alterum incidit perpendiculariter, ut rectum angulum efficere poſſet. *a*



CAPVT V

CAPVT V.

De Triangulatis.

Quid vocas Triangulatum?

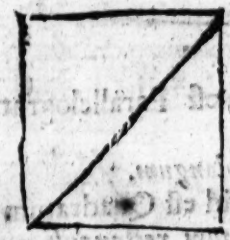
Quod ex triangulis eſt compoſitum, & in eadem reſolvi poteſt. R.1.c.10.

Et quot generum eſt?

Duûm: aut Quadrangulum, aut Multangulum.

Quadrangulum quid?

Quadrangulum eſt, quod terminatur quatuor lineis rectis. E. 22. d.1. R.4.c.10.



Quotuplex?

Duplex: vel Parallelogrammum, vel Trapezium.

Parallelogrammum?

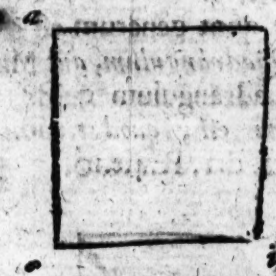
Eſt, cujus latera oppoſita ſunt parallela; æqualem inter ſe diſtantiam vbique habentia. R.6.c.10.

Ac vel Rectangulum, vel obliquangulum.

Rectangulum parallelogrammum eſt, cujus anguli omnes ſunt recti. R.2.c.11.

Ut

Ut hic, Quadranguli latera *a e*, & *o i*; *a o* item & *e i*, ſunt primum parallela, Latus porrò *a e* & *oi*; recte inſiſtit lateri *e i*; & conſequenter *ao* rectum eſt ad *oi*. Omnes proin anguli his rectis lateribus effecti, exſiſtunt recti.



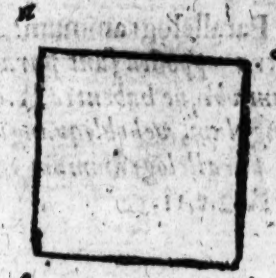
Quam varium eſt Parallelogrammum Rectangulum?

Quadratum & Oblongum.

Quid eſt Quadratum?

Parallelogrammum rectangulum & æquilaterum. E.30.d.1.R.2.c.12.

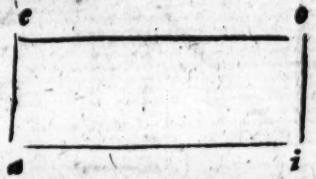
Ut hic, latera *a e* & *e i* æqualia, æqualibus & perpendicularibus convexa vides.



At

Parallelogrammum rectangulum inæquilaterum. E. 31. d. 1. R. 1. c. 13.

Ut hic latera *a e* & *i o*, parallela & æqualia, longè minora vides lateribus *a i* & *e o*.



Perge nunc: dic quid sint Parallelogramma Obliquangula?

Quorum anguli sunt obliqui.

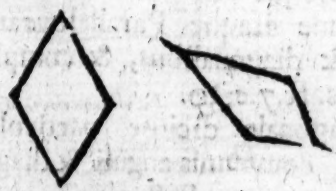
Eadem quoque distribue.

Aut Rhombus, aut Rhomboides.

Sed Rhombus quid?

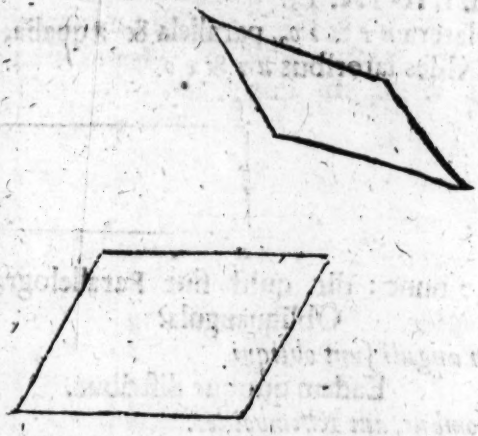
Rhombus est parallelogrammum obliquangulum, & æquilaterum. E. 32. d. 1. R. 8. c. 14.

Quales hic vides.



Jam quid Rhomboides?

Parallelogrammum obliquangulum inæquilaterum E. 33. d. 1. R. 9. c. 14.



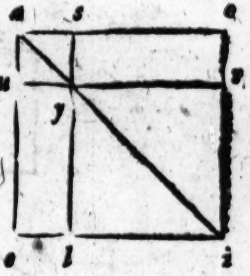
Notandum hic venit aliquid, de partibu
Parallelogrammi, quæ sæpe in geometricis usurpan
tur; ideoque definiendæ sunt.

Omne itaque Parallelogrammum, constat
binis & diagonalibus, & complementis, & gnom
onibus. R.7.c.10.

Diagonale dicitur particulare parallelogram
mum, communis anguli & diagonii cum toto pa
rallelogrammo. R.8.c.10.

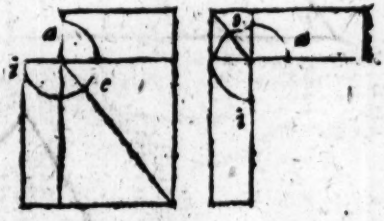
Complementum verò, est particulare parallelo
grammum, à conterminis diagonalium lateribu
comprehensum. R.10.c.10.

Ut hic, in toto Parallelogrammo *a e i o*, Diagonalia ſunt, *a u y s*, & *y l i r*: Complementa autem, *s o r y* & *u e l y*.



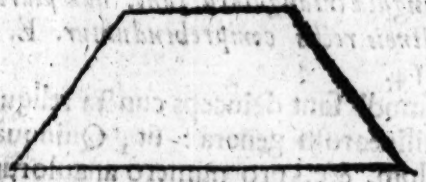
Gnomo denique eſt alterum diagonale, cum duobus complementis. R.12. c.10.

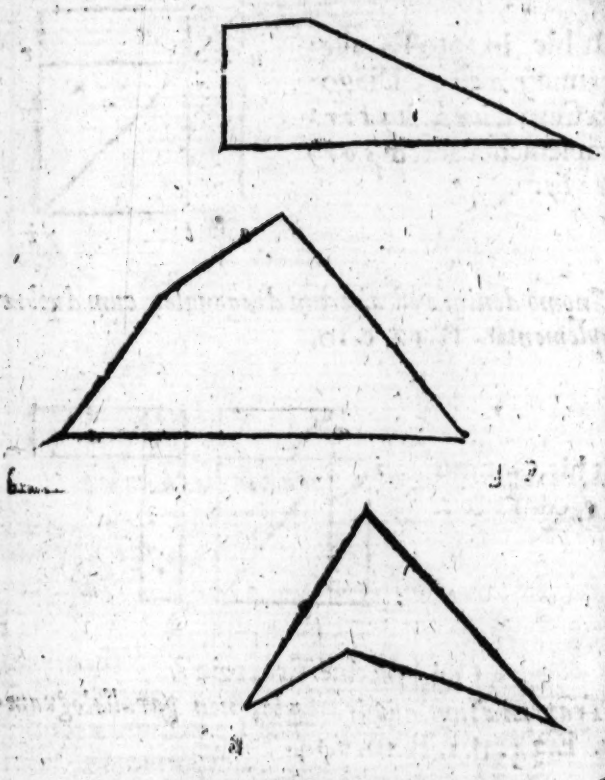
Ut hic, Gnomo eſt, *e*, cum *a* & *i*.



Quid fuerint Trapezia?

Trapezia ſunt quadrangula, non parallelogramma. E.34. d.1. R.10. c.14.



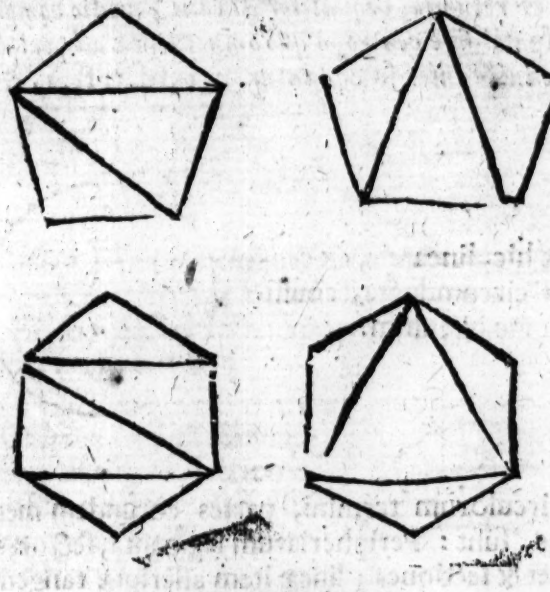


Atqui tandem Multangula quæ ſunt?

Multangula triangulata ſunt, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis comprehenduntur. E. 23. d. R. 11. c. 14.

Hujuſmodi ſunt deinceps cuncta reliqua figurarum rectilinearum genera: ut, Quinquangulum, Sexangulum, &c. pro numero angulorum nomen ſor

ſortientia. Quæ omnia è ſuis triangulis, è quibus conſtant, menſuram capiunt; ut hic vides:



CAPUT VI.

De Figuris Planis curvilineis.

Rectilinearum figurarum ſpecies ordine percepi: quæ porrò nunc ſequuntur figuræ?

INgenioſe concludere licet, quod, ſi figuræ rectilineæ angulis amplius diſcerni nequeant, in curvum ſeu obliquum tranſeant: ac proin figuræ, quæ lineis obliquis conſtant, appellari queunt.

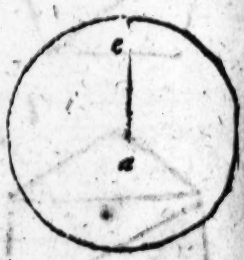
Suntne tales uniuſmodi?

Sunt vel ſimplices, vel Miſtæ.

Simplex quæ?

Simplex unica est & singularis, Circulus: figura plana & retunda, æqualiter distans à medio comprehensi spatii sive centro, à quo omnes lineæ ad peripheriam eductæ inter se æquantur. E.15.d.1. R.1.c.15.

Ut hic, linea *a e*, ex centro *a* circumducta, constituit hunc circulum.



Circulorum termini, partes eorundem mensurantes, sunt: Peripheriarum segmenta, sectores videlicet & sectiones; lineæ item ascriptæ tangentes, secantes; radii, diametri & adiametri.

Segmentum circuli est, quod comprehenditur à peripheria & recta linea. R.1. c.16.

Sector, est Segmentum, intus comprehensum à recta linea duplici faciente angulum, vel in centro, vel in peripheria. E.8. & 9. d.3. R.3. & 4. & 16.

Ut hic, prior angulus *a e i*, in centro; posterior, angulus sectoris in peripheria vocatur.

Sectio

Sectio, est segmentum circuli, intus comprehensum ab una recta: quæ basis sectionis dicitur. R. 7. c. 16. Estque aut semicirculus, aut inæqualis semicirculo. R. 16. c. 16.

Ut hic: *a e i* est semicirculus, Reliquæ sectiones, *o y u* & *o e u*, inæquales: illa quidem major; hæc minor semicirculo.

Lineæ adscriptæ: Tangentes, ut *u e y*. Secantes & inscriptæ: Diameter, ut *a e*; adiametri, ut *e o*, & *e i*.

Quæ jam Mistæ Obliquilineæ figuræ dicuntur?

Quæ inæqualiter distant à medio comprehensi spatii. Ut sunt figuræ ovales, lenticulares & terminatæ lineis obliquis mistis, de quibus supr. cap. 2. E. 18. 19. d. 1. et 5, 6, 7, 8, 9. d. 3.

CAPUT VII.

De superficiebus Gibbis.

Adhuc superficies Planæ fuerunt sequuntur Gibbæ. Quid sunt?

Gibbæ superficies sunt, quæ inæqualiter intra suos terminos interjacent. R. 1. c. 21.

Quotuplices sunt illæ?

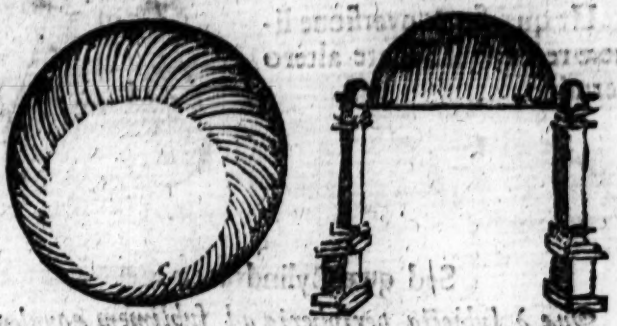
Duûm maxime generum: Sphæricæ, & Variæ.

Sphærica superficies quid?

Sphærica superficies est, quæ undique distat æqualiter à centro comprehensi spatii. R. 3. c. 21.

Ut

Ut quæ fit conversione semiperipheriæ circa diametrum manentem. E.14. d.11.



At Varia?

Varia superficies dicitur, cujus basis est peripheria, latus, recta à termino verticis in terminum basis tendens. R.7. c.21.

Quæ vero tales?

Conicæ, & Cylindraceæ.

Quid Conica?

Quæ à subjecta peripheria æqualiter sustigitur ad verticem. R.9. c.21.

Ut

Ut quæ fit conversione lineæ rectæ, quiescente altero termino.

Sed quæ Cylindracea?

Quæ à subjecta peripheria ad sublimem æqualem & æquidistantem peripheriam æqualiter erigitur. R. II. c. 21.

Ut quæ fit conversione lateris circa duas peripherias æquales & æquidistantes.

CAP.

CAPUT VIII.

De Semetria διδιμέτρεως.

Euthymetriâ & Planimetriâ in lineis atque superficiebus descriptâ; nunc ad Stereometriam progredere, ac quid Corpus sit, defini?

Corpus (στερεὸν) est magnitudo solida, longa, lata & profunda. E. 1. d. 11. R. 1. c. 21.

Ut hic, in Corpore *a e i o*, longitudo est *a e*, latitudo *a i*, altitudo *a o*.

Atque ut puncta lineam, superficiem lineæ; ita nunc superficies corpora terminant. E. 2. d. 11. R. 2. c. 22.

Diameter porro solidi corporis Axis dicitur, circa quem illud convertitur: Axisque termini sunt Poli, puncta axem terminantia. E. 15. 19. 22. d. 11. R. 3. c. 22.

Ut hic, linea *a e* Axis est: Poli autem, puncta *a* & *e*. Sic & in reliquis corporibus ordinatis.

Et

Et quotuplicia è superficiebus sunt solida?

Plana, & Gibba.

Defini Planum corpus.

Est quod comprehenditur à superficiebus planis: quæ hic ἐπίπεδα dicuntur. E.4,5,6,7.d.11.R.9.c.22.

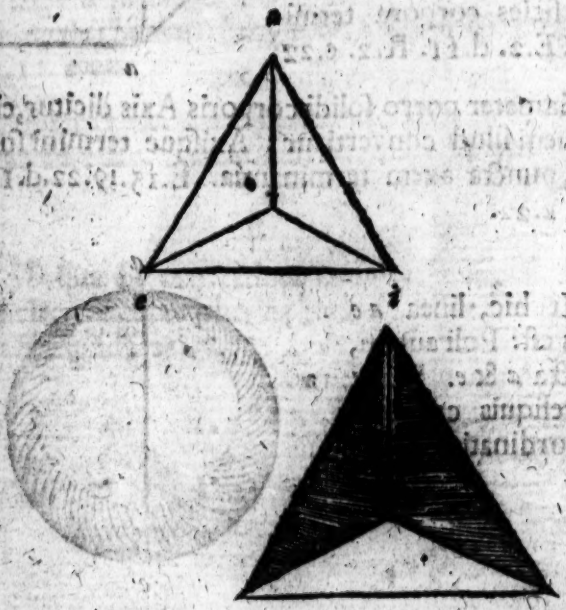
Hujusmodi autem quæ?

Pyramis, & Pyramidatum.

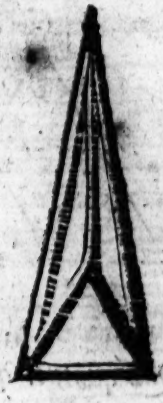
Pyramis quid?

Solidum planum, à basi rectilinea ad verticem usque æqualibus triangulis fastigiatum. E.12. d.11. R.13.c.22.

Ut hic, è triangula basi *e o i*, eriguntur triangula *æ e o*, *æ o i*, & *æ e i*.



Quo-



Quotuplex?

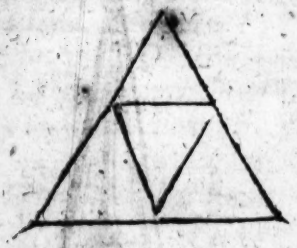
Vel æquitermina, vel inæquitermina.

Quæ Pyramis æquitermina dicitur?

Quæ à quatuor trigonis isopleuris comprehenditur. Inde Tetraedrum ordinatum vocatur. E. 26. d. 11. R. 14. c. 22.

Quale hic cernis: Compositum videlicet è quatuor triangulis isopleuris solidorum angulorum.

Inæqui-



Inæquiterminа quæ?

Quæ quatuor quidem trigonis, ſed non iſopleuris continetur.

Ue hic vernis,

Tum vero quid Pyramidatum?

Solidum planum, à pyramidibus comprehenſum R. 1. c. 23.

Quæ ſunt talia?

Priſma, & Polyëdrum miſtum.

Priſma quid eſt?

Pyramidatum, cujus duo oppoſita plana ſunt æqua-

lis, similia & parallela; reliqua parallelogramma. E.13. d.11. R.3. c.23.

Quomodo distribuitur?

In Pentaëdra, & Pentaëdrata.

Definiatur Pentaëdrum?

Quod quinque hedris, binario nempe pluribus quàm sunt anguli in basi, comprehenditur. Simpliciter etiam Prisma dicitur. Ut in positis figuris liquet.

Pentaëdratum item?

Quod è Pentaëdris est compositum. R.8. c.23.

Estque Hexaedrum, aut Polyedrum.

Hexaedrum?

Quod sex hedris quadrangulis continetur.

Idemque aut Parallelepipedum, aut Trapezium.

Et quid Parallelepipedum?

Cujus oppositæ planæ sunt parallelogramma.

E.24. d.11. R.9. c.23.

Idque vel Rectangulum, vel Obliquangulum.

Quæ sunt Rectangula parallelepipeda?

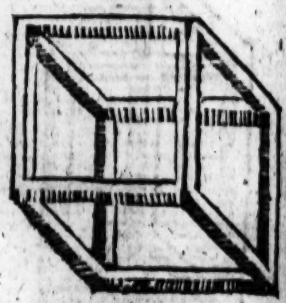
Cubus, & Oblongum.

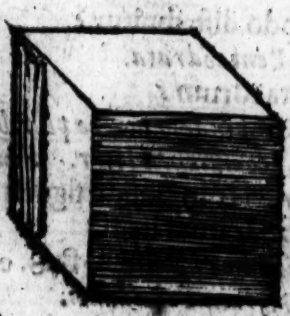
Quid

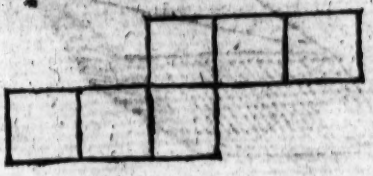
Quid sit Cubus?

Rectangulum æqualium hedrarum. Unde Isoedrum vocatur. E.25, d.11, R.2. c.24.

Ut quod comprehenditur à sex quadratis æqualibus, solidis angulis inter se cõpositis.



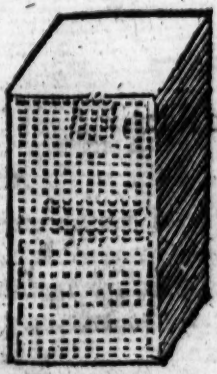




Quid oblongum?

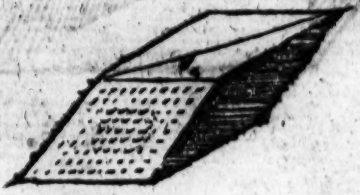
Rectangulum in æqualium hedrarum.

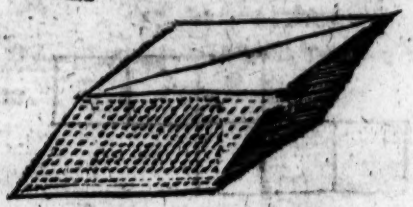
Ut hic.



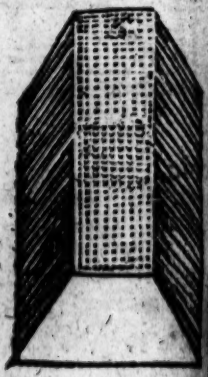
Obliquangula Parallelepipeda quæ?

Hedris obliquangulis comprehensa; ut Rhombi, & Rhomboidibus.





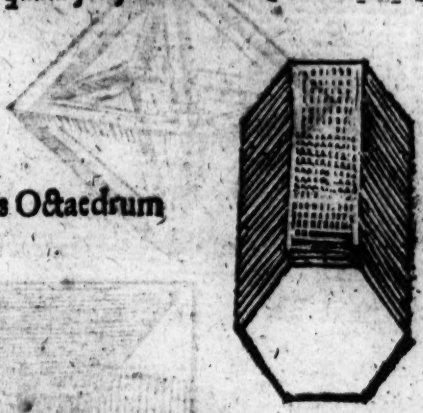
Trapezium tandem hexaedrum quod?
Cujus bedræ neque parallelæ, neque æquales sunt.



Ut hic vides.

Dic etiam, quid Pentaedratum Polyedrum.

Quod pluribus, quam sex, bedris inæqualibus comprehenditur.



Quale hic vides Octaedrum sexangulæ basis.

Exposuisti Prismata: nunc quoque de Polyedro misto age.

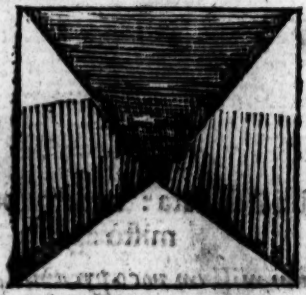
Polyedrum mistum voco pyramidatum, quod pluribus quam sex bedris, æqualium inter se terminorum, constat. R. 1. c. 25. Componitur è pyramidibus, vertice suo in centro coeuntibus, & solæ basi æquitermina ordinataque eminentibus.

Quotuplex id statuis?

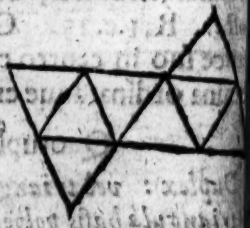
Duplex: vel triangulæ basis, vel quinquangulæ. Et triangulæ basis polyëdrum mistum, aliud est Octaëdrum, aliud Icosaëdrum.

Explica Octaëdrum.

Octaëdrum polyëdrum mistum est, quod ab octo triangulis solidis comprehenditur. E. 27. d. 11. R. 6. c. 25.

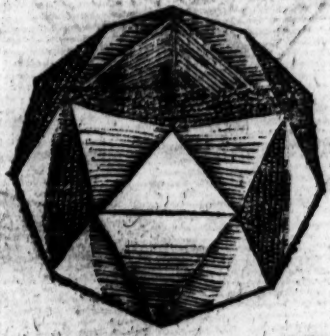


Conſtruitur hujuſmodi Octaedrum, ſi triangula octo iſopleura, ſolidis angulis in vertice coeuntibus, & ſola baſi eminentibus, componatur. Ut hic

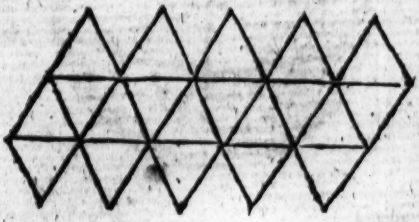


Etiam Icoſaedrum?

Icoſaëdrum polyëdrum miſtum eſt, quod à vigi triangulis ſolidis comprehenditur. E. 29. d. 11. E. 25.

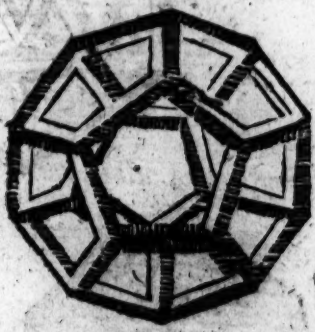


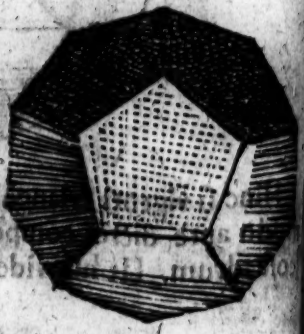
Hinc ſi vigenti triangula æqualia ſolidis angulis modo antè dicto componantur, comprehendent Icoſaedrum. Ut hic vides:



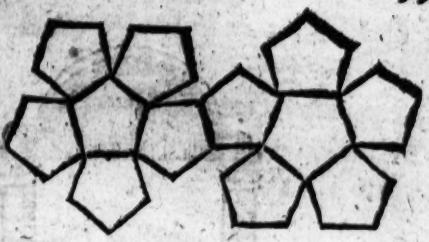
Quid dicis de Polyedro misto quinquangulæ basis?

Id vocatur Dodecaedrum: quod nimirum à duodecim quinquangulis æqualibus solidis comprehenditur. R. 12. c. 25.





Quod ſi igitur duodecim quinquangula æqualia ſolidis angulis cõponantur, conſtituetur Dodecaëdrum. Ut hic.



CAPUT IX.

De corporibus Gibbis.

Actum eſt hucuſque de Corporibus ſive ſolidis Planis: quid ergo nunc dicis de Solido Gibbo?

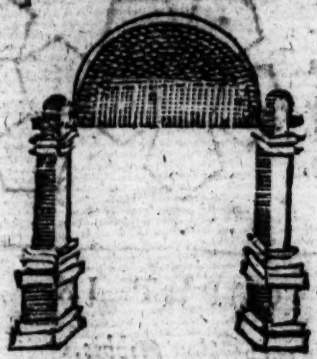
CORpus gibbum eſt, quod comprehenditur à ſuperficie gibba. R. I. c. 26.

Quotuplex eſt?

Duplex, Sphæra, & Varium.

Sphæram quid vocas?

Solidum rotundum: ut quod fit converſione ſemicirculi, manente diametro. E. 14. d. 11. R. 7. c. 26.



Diameter autem Sphæræ peculiariter Axis voc
tur, circa quam ſphæra convertitur.
Et Axis extremitates Poli dicuntur.

Quod Solidum eſt Varium?

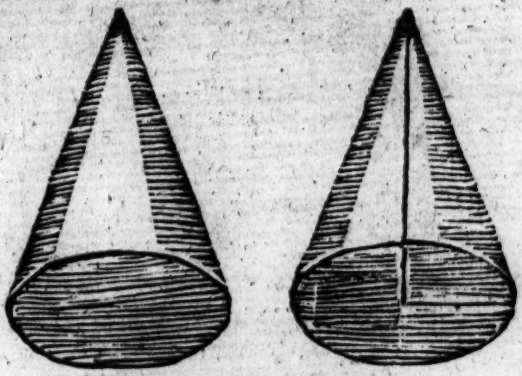
Quod comprehenditur à ſuperficie varia, &
circulari. R. 1. c. 27.
Eſtque Conus, aut Cylindrus.

Conus qui dicitur?

Solidum varium, à conica ſuperficie & baſi co
prehenſum. R. 4. c. 27.
Ut quod fit converſione Trianguli rectangu
manente altero crure circa rectum angulum.

Qui

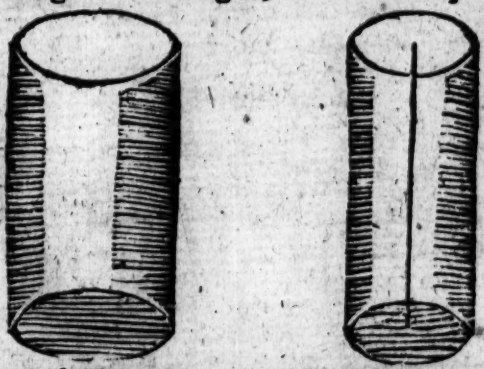
Quale hic eſt.



Cylindrus autem ?

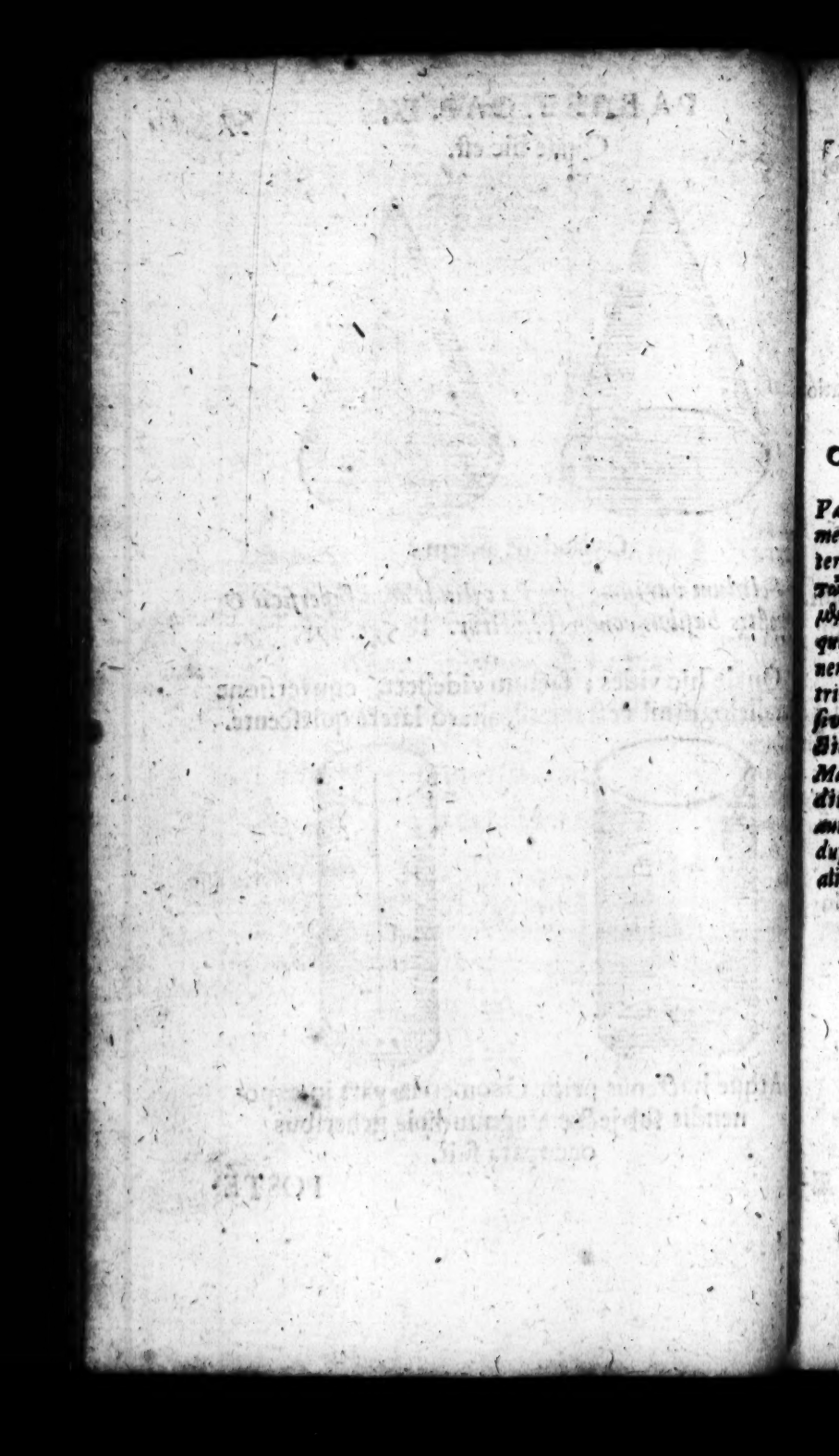
Solidum varium, quod à cylindracea ſuperficie & oppoſitis baſibus comprehenditur. R. 5. c. 27.

Quale hic vides ; factum videlicet, converſione Parallelogrãmi rectanguli, altero latere quieſcente.



Atque hactenus prior Geometriæ pars in exponendis ſubjectæ Magnitudinis generibus occupata fuit.

POSTE-

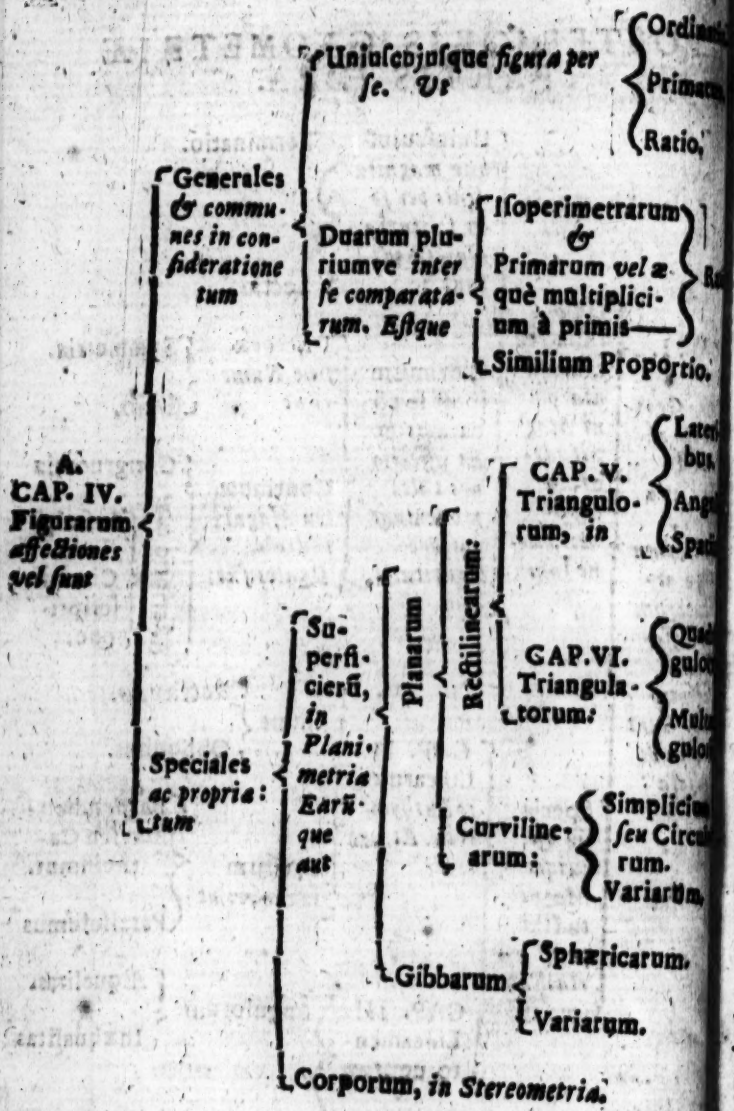


POSTERIORIS GEOMETRIÆ PARTIS IDEA.

CAP. I.

Pars Geometriæ altera est τῶν ζητουμένων, quæsitorum nempe attributorum sive affectionum Magnitudinis. Sunt autem illa duplicia: alia

- Generalia *seu communia omni Magnitudini, inconsideratione ium*
  - Uniuscujusque *magnitudinis per se & solitaria Hujusmodi sunt.:*
    - Terminatio.
    - Sectio.
  - Plurimum inter se cõparatarum. *Et affectiones tales proveniunt ratione Quatitatis, tum*
    - Discretæ *sive Numeri ut*
      - Symmetria.
      - Ratio.
    - Continuæ *seu Magnitudinis. Quales sũt:*
      - Congruentia
      - Assciptio tum
        - Inscriptione.
        - Circumscriptione.
- Specialia & cuique Magnitudini peculiaria. Sũtque vel
  - CAP. II. Linearum, in Euthymetria. Et vel
    - Unius
      - Rectitudo.
      - Obliquitas.
    - Duarum inter se: ut
      - Perpendiculum *seu* Catheti*s*mus.
      - Parallelismus
  - CAP. III. Lineamentorum: *tum*
    - Angulorum:
      - Æqualitas.
      - Inæqualitas
    - Figurarum: *vide* A. CAP. IV.


A.
CAP. IV.
Figurarum affectiones vel sunt
Generales & communes in consideratione tum
Uniuscujusque figura per se. Ut
Ordinis
Primatus
Ratio.
Duarum pluriumve inter se comparatarum. Estque
Isoperimetrarum & Primarum vel æ què multiplicium à primis
Similium Proportio.
Speciales ac propriæ: tum
Superficierū, in Planimetria Earūque aut
Planarum
Rectilinearum:
CAP. V. Triangulorum, in
Lateribus
Angulis
Spatio
CAP. VI. Triangulatorum:
Quadrangulorum
Multangulorum
Curvilinearum:
Simplicium seu Circularum.
Variarum.
Gibbarum
Sphæricarum.
Variarum.
Corporum, in Stereometria.

QUI

QUÆSTIONUM GEOMETRICARUM PARS POSTERIOR:

De Magnitudinis affectionibus.

CAPUT I.

De Magnitudinum affectionibus communibus.

Hactenus subjectam Geometriæ materiam, Magnitudinem cum suis speciebus, ordine in definitionibus ac distributionibus expositisse videris: age, deinceps ita ut cæpisti, quid in magnitudine proposita & data quærendum & contemplandum sit, paucis quoque demonstra.

IN secunda hac Geometricarum quæstionum parte Magnitudinis subjectæ inquiruntur adjunctæ; ut sunt Variæ illius habitudines, proprietates & affectiones, quæ de ea ingeniose inuestigata utiliter prædicantur.

Et siquidem proprietates istæ per se claræ & manifestæ sint è suis definitionibus, ratæ habentur: sin obscuræ & ignotæ, syllogismis demonstrativis comprobantur, accersitis subinde datis definitionibus geometricis; axiomatibus logicis cognitioni huic inservientibus,

vientibus, postulatis item geometricis, quæ per actum quoque physicum intellectum de re propositæ informant.

Non ergo omnia ilico vera apparent, quæ Magnitudinibus inesse dicuntur; sed talia illis inesse demonstrandum ais?

Sic est: uti Euclides quoque docet. Hic enim, antequam ullas ullius magnitudinis affectiones proponat, definitiones illarum præmittit; per quas deinde propositas dubias magnitudinum affectiones demonstrat. Axiomata pleraque è Comparatorum loco producit. Postulata verò è fontibus geometricarum definitionum elicit, in subsidium veritatis demonstrandæ: qualia sunt, ex ductiones linearum rectarum, earundem terminationes; peripheriarum descriptiones, &c. quo ex iis quæ cognita sunt, id quod latet ignotum, declaretur.

Quæ sunt affectiones illæ, quas Magnitudini inesse dicis?

Sunt illæ duûm generum: aliæ Generales sive omni omnino Magnitudini communes; aliæ vero Speciales & cuique Magnitudini propriæ.

Generales quas intelligam?

Sunt & istæ in duplici differentia: competunt namque vel unicuique solitariæ & per se consideratæ Magnitudini; aut è plurium inter se collatione eliciuntur.

Quæ

Quænam affectiones Magnitudini cuique per se & absolute consideratæ insunt?

Duæ hæ: Terminatio, cujusque Magnitudini genesin seu procreationem consequens; ut, quibus & qualibus terminis constet, intelligere queamus: & Sectio, ex analysi & magnitudinis in suos terminos resolutione promanans. Sic Linearum Terminatio duobus punctis, sectio in puncta; Angulorum terminatio duobus cruribus, sectio in crura; Triangulorum terminatio tribus lateribus, sectio in latera perficitur.

De plurium autem inter se comparatarum Magnitudinum affectionibus quid mones?

Quod si duæ pluresve inter se magnitudines veniunt contemplandæ; tum, an unius datæ magnitudinis quantitas ignota, cum alterius ejusdem generis quantitate cognita comparari, sicque unius affectio ex alterius affectione explicari possit, attendendum.

Quot vero modi ita quantitas unius quantitate alterius examinari, & ad mensuræ judicium revocari potest?

Duobus: aut per Numerum seu discretam quantitatem; aut per Magnitudines ipsas & continuas quantitates.

Discreta quantitas qua ratione continuam arguere potest?

Symmetria, & ratione.

Quæ igitur Symmetræ dicuntur magnitudines? quæ contra Asymmetræ?

Sym-

Symmetræ sunt magnitudines; quas data sive sumta eadem mensura, aliquoties distincte sumpta exacte metitur.

Asymmetræ contra, quas eadem mensura exacte non metitur. E.1.2.d.10. R.7.c.1.

Geometra mensurans & Magnitudinem datam notam faciens, pro arbitrio certam quandam & sibi cognitam mensuram, tanquam causam adjuvantem instrumentariam, adhibet: utpote Granum, Digitum, Palmum, Pedem, Cubitum, Gressum, Passum, Stadium, Milliare, &c. Assumtam hujusmodi certum quoddam mensuræ genus, & Magnitudini propositæ aliquoties applicatum, si eam veluti numeratim mensurat, atque in secundam quoque aut tertiam propositam Magnitudinem exacte emetitur; tum Magnitudines tales inter se symmetræ dicuntur: licet non sint æquales. Ut Bipedalis & tripedalis Magnitudo symmetræ sunt quia longitudo Pedis utramque exacte metitur, ad priorem bis, ad posteriorem ter repetita.

E contra, quæ magnitudines mensuram ejusmodi communem, quæ omnes exacte metiri possit, non habent, Asymetræ sunt.

Sic Diagonius Quadrati, & Latus ejusdem, actu ipso asymmetra sunt; licet potentia per quadrata sua sint symmetra. E.3.4.d.10.

Sic longitudo digitalis pedali est asymmetra. Si quæ diversis mensuris, verbi gratia, Urnis & Ulnis mensurari solent, asymmetra erunt.

Nihil tamen prohibet, quo minus, quæ ratione unius mensuræ asymmetra sunt, alterius alicujus ratione symmetra esse possint, & contra. Ita longi-

tudi-

modò itineris trium milliarium est asymmetra longitudini itineris sesquimilliaris, si integrum milliare pro mensura adhibeatur: est tamen etiam symmetra, si adhibeas dimidium milliare.

Rationales quinetiam quas intelligas magnitudines? quas irrationales, expone?

Rationales (ῥηταὶ) *sunt magnitudines, quarum habitudo est explicabilis rationali quodam numero, seu:*

Quarum ratio explicari potest numero certo & expresso datæ definitæque mensuræ.

Irrationales contra ἄλογοι. E.5. d.10. & 11.p.10. R.8. e.1.

Omnes proinde Magnitudines symmetræ sunt quoque Rationales: siquidem ῥητὸν esse dicitur, quod secundum certum numerum certamque mensuram cognoscimus.

Nunc porro ut Magnitudinum datarum affectiones terminis geometricis, per alias quasdam notas magnitudines, cognosci possint, explica?

Duobus itidem modis: Congruentia & Asscriptione.

Quid vocas Congruentiam?

Congruentia magnitudinum (ἐφαρμογὴ ἢ ἐφαρμόσις) *est, quando prima primis, media mediis, extrema extremis, partes denique magnitudinis unius partibus alterius usquequaque respondent.*

Hinc Congruæ magnitudines dicuntur, quarum termini sive partes unius, applicatæ partibus sive terminis alterius, æqualem ubique locum occupant.

Axioma 8. Geometricum est Euclidis : *Magnitudines congruas esse æquales.*

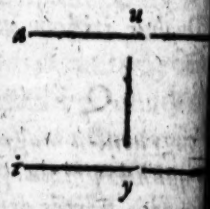
Inde fœcunda consectaria, è loco Logico Comparatorum, in hac schola ab Euclide recepta, deducuntur : Ut.

1. *Quæ uni & eidem sunt æqualia, etiam inter se æqualia.* E. 1. ax.

Ut in tribus his lineis apparet: quarum prima *a e*, æqualis est *u y*, & *u y* æqualis est *i o*. Ergo cum *a e* & *i o* æquentur *u y* lineæ, inter se quoque æquales erunt.

In Numeris quoque res plana est. 4,4,4,4. Quilibet horum numerorum quatuor unitates in se continet : ergo & valor eorum cujusque inter se est æqualis;

2. *Si æqualia æqualibus addantur, tota sunt æqualia.*



Ut hic *a u* & *i y*, æqualibus lineis, adjectæ æquales *u e* & *y o*, totam *a e* toti *i o* æqualem reddunt.

Sic in Numeris 6,6.4,4. si cuique senario unum quaternarium adjicias, tota inde effecta, 10, 10 æquabuntur.

3. *Si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur sunt æqualia.*

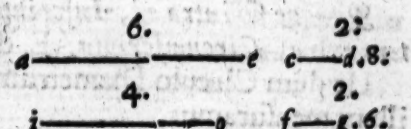
Ut ex præcedenti diagrammate liquere potest.

4. *Si inæqualibus æqualia adjiciantur, tota inter se sunt inæqualia.*

Et contrà.

5. *Si ab inæqualibus æqualia subducantur, quæ relinquuntur sunt inæqualia.*

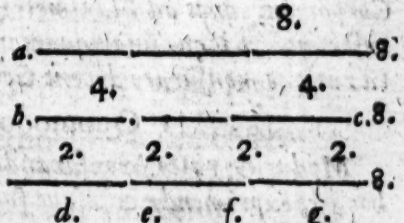
Ut hic, *a e* & *i o* inæqualibus lineis, adjectæ æquales *c d* & *f g*, totas reddunt inæquales; priorē videlicet 8. posteriorē 6. partium. Idem evenit subtractione.



6. *Quæcunque sunt ejusdem dupla, sive æque multiplicia æqualiterve majora sunt inter se æqualia.* Et vice versa.

7. *Quæcunque sunt ejusdem dimidia, sive æqualiter minora, inter se quoque sunt æqualia.*

Ut hic, *a* est dupla ipsi *b* & *c*. Ergo *b* & *c* æquales. Sic *a* est quadrupli ipsi *d*, *e*, *f*, & *g*. Ergo *d*, *e*, *f*, *g*, æquales sunt. Sic *b* & *c* sunt semisses ipsius *a*. Ergo *b* & *c* æquales. Item *d* vel *e*, *f*, *g*, quadruplo minor ipsa *a*. Ergo *d*, *e*, *f*, *g*, inter se æquales esse necesse est.



8. *Omne totum est majus sua parte.*

Atque ita mensuramus cuncta solida & liquida, concrete & abstracte. Sunt enim axiomata hæc causæ instrumentariæ noëticæ, quibus magnitudines abstracte etiam mentis acie mensurari solent.

De Assciptione Magnitudinum quid dicis?

Assciptio est, quando magnitudinis unius termini terminis alterius terminantur quidem, sed non congruenter.

Quæque sic intra est, Inscripta dicitur: quæ autem extra, Circumscripta. E. dd. 4. R. 10. c. 1.

Ut dum Circulo Diametrum inscribimus, quam illum mensuramus.

Tota siquidem Assciptio per Latera & Angulos expeditur. Generales & communes omnis Magnitudinis affectiones hucusque proposuisti: nunc in specie cuique peculiares quæ sint, audire cupio?

Hæ vel Linearum sunt, quas Enthymetria nomine insigniunt: vel Lineamentorum, Superficierum & Corporum, quas ad Planimetriam & Stereometriam referunt. Sicque unamquamque Magnitudinem certâ ratione mensurare docent Geometræ.

Quomodo?

Modus & ratio mensurandarum Magnitudinum hoc est, exprimendæ cujusque facultatis & affectionis est duplex: aut enim in materia concreta instrumento quodam physico magnitudo proposita mensuratur, aut solo intellectu abstractè magnitudinis datæ affe-

ciocinatione ingeniosa colligitur, ac deinceps rebus materiatis accommodatur. Actum priorem, Geodæsiam; posteriorem, Geometriam simpliciter appellamus.

Abstractè & solo intellectu magnitudinis alicujus proprietatem concipi posse, dicis: id verò quomodo fit?

Ope Propositionum Geometricarum. Quæ sunt integræ sententiæ & enunciationes, cujusque subjectæ magnitudini peculiarem illi attributam affectionem inquirendam proponentes: quarum veritas ex principiis supradictis, definitionibus scilicet, axiomatibus, postulatis, & propositionibus prioribus comprobatis, demonstratur.

Suntne hujusmodi propositiones uniusmodi?

Apud Euclidem quidem sunt duplices: ita ut quædam Problemata, quæ nimirum Magnitudinis alicujus fabricam requirunt; quædam verò Theoremata, quæ subjecti affectionem simul indicant, dicantur.

Nos tamen, insequuti Ramum (qui Problematicas Euclidis propositiones in Theoremata redegit) propositiones Theorematicas, utpote quibus simul inest fabrica, memoriæ & perspicuitatis causâ, proponemus.

Quænam autem methodus, in demonstranda & explicanda Propositionis alicujus Geometricæ veritate, adhibetur?

Proclus, antiquissimus Euclidis interpres, quinque capita observanda præcepit.

1. *Est* ἔκθεσις *propositionis, hoc est, dati subjecti seu antecedentis in abaco,* (τῦ δεδομένυ ἐν ὑποκειμένῳ) *expositio.*

2. ὁ διορισμὸς, *determinatio, seu explicatio quæsiti attributi seu consequentis,* (τῦ ζητυμένυ ἢ ὑπομένυ.)

3. ἡ κατασκευὴ, *delineatio ac præparatio subjecti, ad quæsiti investigationem, aut inventi demonstrationem.*

4. ἡ ἀπόδειξις, *demonstratio veritatis, & affectionis affirmatæ logica comprobatio.*

5. τὸ συμπέρασμα, *absoluta conclusio prædicati, & repetita propositionis totius affirmatio.*

Verumtamen ista demonstrandi methodus non semper cunctas has partes seu capita requirit. Interdum namque nulla opus habemus ἐκθέσει, interdum nec διορισμῷ, aut κατασκευῇ; siquidem res per se evidentes ac manifestæ sint. Neque semper directe propositum syllogismis concluditur; sed quandoque τῇ ἀπαγωγῇ εἰς ἄτοπον, sive ad absurdum deducendo adversarium, utimur. Nec denique semper integris syllogismis, aut harum partium ordine observato, verum sæpe Enthymematibus, &c. res absoluitur.

Atque ista quasi προλεγόμενα speciali affectionum Geometricarum magnitudinis explicationi præmissa sunto.

CA

CAPUT II.

De linearum affectionibus primariis.

Quid igitur in Lineis maximopere cognitu sit necessarium, proponito.

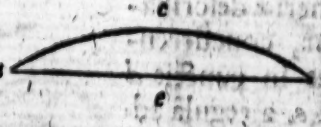
IN *Lineis, præter communes affectiones, præcipuè spectamus, tum Rectitudinem aut Obliquitatem, tum perpendiculum, & Parallelismum.*

PROPOSITIO I.

De Lineæ rectæ terminatione.

Si linea sit recta, erit quoque brevissima intra eosdem terminos. R. conf. 5. c. 2.

Est Consectarium Archimed. ex definitione Linez rectæ.



Ἔκθεσις. Esto hic data linea recta, *a e b* ex thesi.

Διορισμός. Eadem hæc brevissima est intra eosdem terminos *a* & *b*

Κατασκευή. Educatur ex iisdem terminis linea *a c b*

Ἀπόδειξις. Si *a e b* linea æqualiter interjacet intra terminos, *a b*, est quoque intra eosdem terminos brevissima.

Atqui æqualiter interjacet: quia est linea recta, ex thesi. Et siquidem linea quoque *a c b* esset recta, aut brevior linea *a e b*, æqualiter itidem intra terminos *a b* interjaceret, adeoque congrueret cum

linea, *a e b*: quod tamen repugnat theſi. Ergo linea *a e b* eſt breviſſima intra terminos *a b*.

συμπέρασμα. Ergo, ſi linea eſt recta, eſt quoque breviſſima intra eoſdem terminos: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO II.

De rectæ lineæ biſectione.

Si duæ æquales peripheriæ à terminis datæ rectæ utrinque concurrant, recta per puncta concurſus ducta biſecabit datam rectam. E. 10. p. 1. R. 7. c. 5.

Sub. Eſto data linea recta *a b*.

Dieſ. Eadem recta eſt biſecanda.

κατασκ. 1. à terminis datæ rectæ, *a* & *b*, utrinque æquales quæcunque peripheriæ deſcribantur, concurrentes in punctis *d* & *e*. 2. regulâ admotâ punctis *d* et *e*, ducta linea recta biſecabit *a b* in puncto *c*. 3. poſito circini pede uno in puncto *c*, alteroque per *a* et *b* circumducto, peripheria deſcribatur.

ἀπόδ. Omnes radii ejuſdem circuli inter ſe ſunt æquales.

At linea *c a*, et *c b*, ſunt radii ejuſdem circuli.

Ergo

Ergo inter se æquantur. Et per conſ. Linea *a b* in puncto *c* eſt biſecta.

cqnm. Ergo, ſi duæ æquales peripheriæ à terminis datæ rectæ, &c. id quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III.

De Obliquæ lineæ judicio.

Si duæ lineæ concurrant, quæ continuatæ non interſecentur, alterutram obliquam eſſe neceſſe eſt. E. 2. 3. d. 3. & 13. p. 3. R. 6. c. 2.

Ut hic, recta *a e* cum *i o u* concurrit in puncto *i*, et neutra alteram ſecat, aut cum ea congruit. Ergo lineam *i o u* curvam eſſe oportet; quia neutra alteri eſt æqualis aut congrua. Hoc autem modo duntaxat concurrunt duæ obliquæ lineæ ſive obliqua et recta: ſi quidem duæ rectæ nunquam concurrere poſſunt, quin ſe mutuo interſecent, aut una alterum continuet.

PROPOSITIO V.

De Linearum æqualitate inter ſe.

Si linearum termini concurrant, & usquequaque congruant, lineæ interse sunt æquales. Et contra.

Ex axiomate Congruentiæ patet.

PROPOSITIO V.

De Perpendicularium natura.

Si recta sit perpendicularis rectæ, erit ab eodem termino & ex eadem parte singularis. E. 13. p. 11. R. conf. 10. c. 2.

Demonstratur ex definitione Perpendiculi. Nam si plures essent perpendiculares, omnes æqualiter interjacerent, nec inclinarent: quod est impossibile. Sic enim spatium *a e i* æquaretur *u e i*, majus minori; ut in posita figura patet.

PROPOSITIO VI.

De excitanda Perpendiculari è puncto quodam in recta linea.

Si è dato datæ rectæ infinitæ puncto duæ partes utrinque secentur æquales, & à punctis sectionum duæ æquales peripheriæ concurrant; recta à dato puncto in concursum peripheriarum, erit perpendicularis super datam. E. 11. p. 1. R. 9. c. 5.

Hyp. Sit data recta *e i* cujuscunque longitudinis (hanc enim per infinitam intelligunt Geometræ) & in ea punctum *a*.

Prop. Ex puncto *a* datæ rectæ perpendicularis quædam educenda est.

Κατασκ.

κατασκ. 1. ab *a* puncto duæ partes æquales utrinque circini ope abscindantur, sintque *a e* & *a i*. 2. ex *e* & *i* æquales peripheriæ concurrentes in *o* describantur. 3. ex *o* puncto in *a* ducatur recta *o a* perpendicularis. 4. ex *e* in *o* itemque ex *i* in *o* ducantur lineæ rectæ.

ἀπόδ. Linea *a o* æqualiter interjacet. Sunt etenim *a e* & *a i* æquales ex prima fabrica seu *κατασκ*: sic et *o e* et *o i* æquantur, quia sunt radii duarum æqualium peripheriarum. Unde exsurgunt anguli æquicruri & congrui *o a e* et *o a i*, quorum commune latus est *a o*, quod proin nequicquam inclinat.

Est ergo perpendicularis.

συμπ. Ergo, si è dato datæ rectæ infinitæ, &c.

PROPOSITIO VII.

De educenda Perpendiculari è puncto quopiam extra datam rectam.

Si pars datæ rectæ lineæ infinitæ secetur à peripheria è dato extra eam puncto; rectam à dato puncto bisecans portionem in peripheria, erit perpendicularis super datam. E.12. p.1. R.10. c.5.

Ut, sit data recta *a e*: punctum extra eam *i*. Ex quo peripheria describatur *a o e*, auferens portionem ex data recta *a e*: hæc portio dein per 2. prop. hujus cap. bisecetur in *o*: eritque recta è puncto

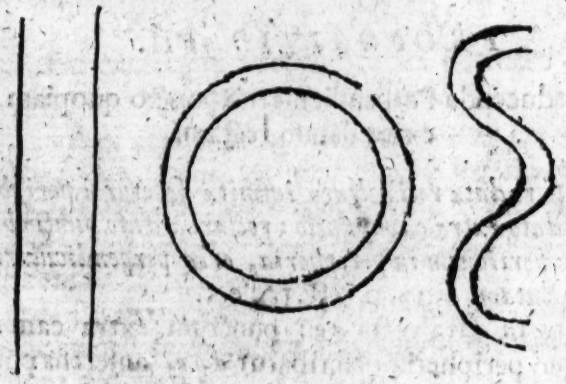
puncto *i* in *o* ducta perpendicularis datæ rectæ *a e*. Ductis etenim rectis lineis ex *i* in *a* & *e*, demonstratio procedit ut in præcedente 6. prop.

PROPOSITIO VIII.

De Parallelarum linearum natura.

Si duæ lineæ in eodem plano in continuum productæ nusquam concurrant, sunt inter se parallelæ. E. 35. d. 1. R. 11. e. 5.

Demonstratio est è definitione Parallelismi: in continuum namque & infinitum productæ hujusmodi lineæ perpetuò æquidistabunt.



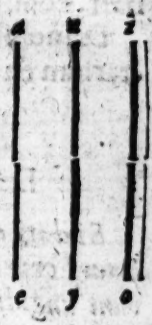
PRO-

PROPOSITIO IX.

Lineæ eidem alteri parallelæ, inter se quoque sunt parallelæ. E. 30. p. 1. R. conſ. 11. c. 2.

Demonſtratio pendet ex conſect. 1. Axiom. congr. Quæ uni & eidem ſunt æqualia, &c. Vel etiam ex conſ. 2. ſi æqualibus æqualia addantur, &c.

Et hæc breviter de Linearum potiſſimis affectionibus,



CAPUT III.

De Angulorum affectionibus.

PROPOSITIO I.

De ratione Angulorum inter ſe.

ANguli cruribus congrui, ſunt æquales. E. 4. p. 1. R. 6. c. 3.

Demonſtr: eſt ex Axiom. Congr. communi.

LL △△

PROPOSITIO II.

Si angulus angulo ſit æquicrurus & æqualis baſi, æquantur inter ſe. Et viciſſim: Si angulus angulo æqui-

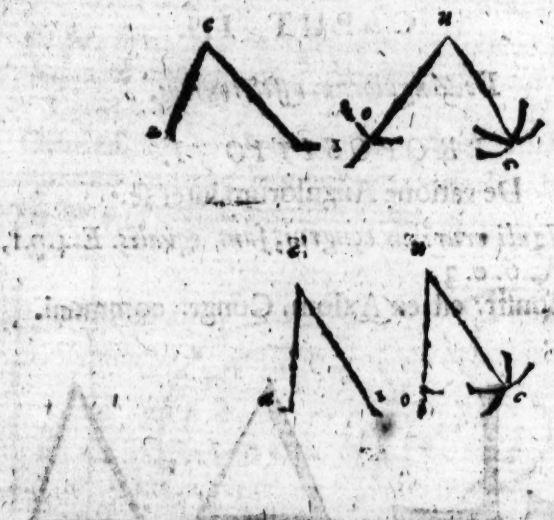
æquicruro est æqualis, æquatur quoque basi. E.48.p.1. R. 1. cons. 6. c.3.

Demonst. ex principio ἰσοσκελοῦς; & est consectarium ex præcedente.

PROPOSITIO III.

De Angulorum æqualium fabrica.

Si dati anguli cruribus, ad datum quoddam punctum, crura homogenea æquentur æqua basi; æquabunt angulum dato. E.23. p.1.& 26.p. 11.R.5.c.3.



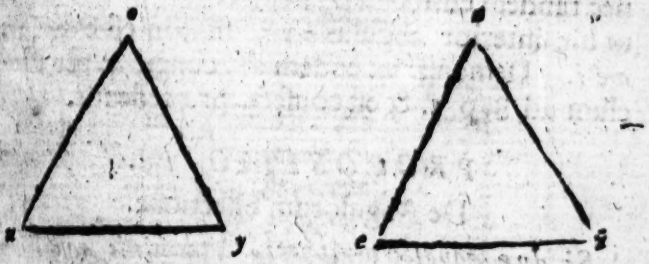
Ut hic. Esto Angulus datus *a e i*, & punctum datum *u*. Ab *u* fit recta ducta quantacunque *u o* quæ circini ope æquetur cruri *e a* in *o*: quantitas deinde basis *a i* transferatur ab *o* in *c*; itidemque cruris *e i* quantitas ab *u* in *c*; & ad *c* punctum,

quo se peripheriæ duæ secant, ducatur recta *u c*. Sicque angulus *o u c*, æquatur angulo *a e i* dato. Demonstratio est ex Ax. Congr. & præcedente 2. prop.

PROPOSITIO IV.

Si angulus angulo æquicrurus est major basi, est quoque major angulus. Et viciſſim, si est major, est quoque major basi. E. 24. & 25. p. 1. R. 2. conſ. 6. c. 3.

Ut hic: angulus *e a i*, æquicrurus angulo *u o y*; basis autem *e i* major basi *u y*.



Demonst. Ax. Congr. 4. Si æqualibus inæqualia adjiciantur, &c.

PROPOSITIO V.

Si angulus angulo sit æqualis basi, minor vero utroque interiore crure, tunc cruribus minor majorem angulum continebit, & cruribus major angulum comprehendit minorem. E. 21. p. 1. R. 4. conſ. 6. c. 3.

Præ-

Præcedens docuit, angulos æquicruros per baſes majores augeri, per minores minui: hic autem, dum baſes manent æquales, crura autem interiora fiant inæqualia, contrarium contingit; nempe, quo majora fiunt crura æqualium baſium, eo magis inverticem abeunt, angulumque acuunt: quo minora fiunt, eo magis dilatantur anguli, donec tandem cum baſi coincidãt: ut hic interior angulus *a o i*, major eſt exteriore *a e i*. Demonſt. ex eodem ax. congr. 4. per Proclum ad 8. p. 1. & eſt conſect. præcedentis.

PROPOSITIO VI.

De Angulorum biſectione.

Si duæ æquales peripheriæ à terminis æqualium crurum dati anguli rectilinei ante concurrant, recta à concurſu ad verticem biſecabit angulum. E. 9. p. 1. R. 6. c. 5.

Ut, eſto datus angulus rectilineus æqualium crurum *a e* et *a i*; hinc duæ æquales peripheriæ ab *e* et *i*, terminis æqualium crurum, ante angulum concurrant in *o*: recta hic ab *o* in *a* ducta angulum datum biſecabit. Ductis etenim rectis *o e* et *o i*, anguli *o a e* et *o a i* æquicruri, ex

theſi

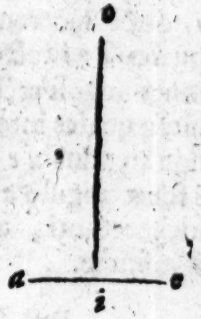
theſi, & ex communi latere *a o*, æquantur æqualibus baſibus *e o* & *i o*, radiis ſcilicet æqualium peripheriarum. Itaque per 2. prop. hujus cap. Anguli *o a e* & *o a i* æquantur: & per conſ. totius angulus *e a i* eſt biſectus; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VII.

De ratione Angulorum inter ſe, ab incidentibus & ſecantibus lineis.

Si recta perpendiculariter inſiſtit rectæ, facit angulos deinceps rectos. Et contra. E. 11. p. 1. R. 8. c. 5.

Ut, *a e* rectæ inſiſtit ex theſi perpendiculariter *o i*: unde fiunt anguli ἐφεξῆς ſive deinceps facti, nimirum *a i o* & *e i o*, recti. Uterque enim æqualis eſt, ex definit. Perpendiculi, & anguli recti def. conſect.



PROPOSITIO VIII.

Si recta oblique inſiſtit rectæ, anguli deinceps poſiti duobus rectis æquantur. Et contra. E. 13. 14. p. 1. R. 1. conſ. 8. c. 5.

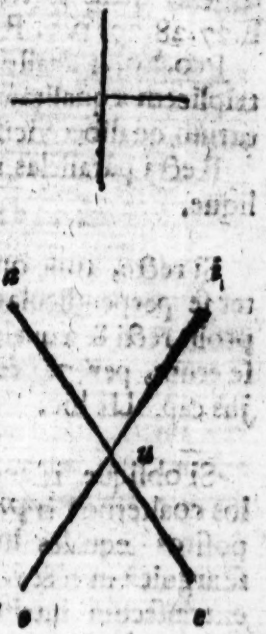
Duo namque tales anguli cum duobus rectis eundem locum occupant: ut hic, *a i o* & *e i o*. Quod item per impossibile sic cogi potest. Esto insistens *a e* perpendicularis facta per 6. vel 7. p. 2. cap. quæ proin duos angulos deinceps, *a e o*, & *a e i*, faciet rectos, per præced. 7. Atque ita ex sententia adversarii, anguli *a e u* & *u e i* duos facerent rectos æquales *a e i* recto, (cum omnes anguli recti, ex definit, æquales inter se sint) unde angulus *u e i* æqualis foret angulo *a e i*, pars videlicet toti, quod est impossibile.

PROPOSITIO IX.

Si duæ rectæ interſecantur, æquant angulos verticales inter ſe, & omnes quatuor rectis. E. 15. p. R. 2. conſ. 8. e. 5.

Anguli verticales, κατὰ κορυφὴν, dicuntur, qui eodem puncto vertices oppositos habent.

Demon



Demonst. Quia intersectæ sunt vel perpendiculares, ut in priori figura; ac proin recti omnes & æquales, per præcedentem 7. prop. vel sunt obliquæ, tumque verticales etiam æquantur. Ut *a u i* & *o u e*: item *a u o* & *i u e*. Æquales vero sunt *a u i* & *o u e*, quia per præcedentē cum communi angulo *a u o* æquantur duobus rectis, idcoq; etiam inter se æquantur *a u i* & *o u e*. Detracto enim communi *i u e*, (qui cum *a u i* duos rectos facit; itidemque cum *o u e* angulo duos rectos parit) reliqui duo, *a u i* & *o u e*, verticales, per ax. congr. 3. æquales manebunt. Atque sic consequenter de reliquis concludere licet.

PROPOSITIO X.

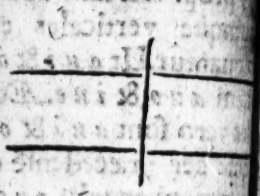
Si recta duas rectas parallelas secuerit, faciet angulos coalternos inter se æquales: & extrinsecum intrinseco ex eadem parte opposito æqualem: intrinsecosque ex eadem parte duobus rectis æquales. Et viciſſim.

Si rectæ rectæ sectæ angulos alternos faciant æqua-

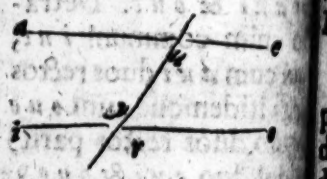
les &c. sectæ inter se sunt parallelæ. Et contra. E.27.28.29. p.1. R.12. e.5.

Proclus, Parallelismus rectarum recta sectarum triplicem æqualitatem angulorum concludit; & ab earum qualibet vicissim concluditur.

Recta parallelas rectas aut recte secat, aut oblique.



Si recte, tunc omnes inter se perpendiculares; ac proin recti & æquales inter se erunt, per. 7. prop. hujus cap. Ut hic.



Si oblique, 1. angulos coalternos ἐναλλὰξ positos æquales inter se arguit: ut *u* & *y*. 2. extrinsecum intrinseco ex eadem parte opposito: ut *e u r* & *o y r*. 3. intrinsecos ex eadem parte duobus rectis æquales: ut *e u y* *o y u*.

Demonstr. 1. Angulus *a u y* sit primo æqualis angulo *o y u*, & basis ex *a* in *y*, æquetur basi *o* in *u*, per 3. prop. hujus cap. Erunt igitur anguli cruribus homologis inter se congrui & æquales, per 1. & 2. prop. hujus cap.

2. Angulus *r u a* est verticalis angulo *e u y*: ergo per per 9. præced. inter se æquantur. Angulo autem *e u y* est ἐναλλὰξ & æqualis *u y i*. Ergo & *r u*

æqua

æqualis est *u y i*, extrinsecus intrinseco ex eadem parte sibi opposito, per ax. congr. 1.

3. Anguli ad *u* interiores ad *u* positi duobus rectis æquantur, per præced. 8. prop. Et sic quoque ad *y* positi duobus rectis æquantur, *u* vero angulus æqualis jam demonstratus est *y* coalterno. Itaque per ax. congr. 3. *e u y* & *o y u* duobus rectis æquales sunt: quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XI.

De ducendis Parallelis.

Si recta à dato puncto ad rectam ducta faciat angulum, factoque alterno angulus æquetur; anguli alterni crus alterum erit parallelum ad datam rectam. E. 31. p. 1. R. 3. conf. 12. e. 5.

Esto data recta *a e*, & punctum *i*; à quo recta ducta sit *i o*, faciens cum data *a e* angulum *i o e*: cui ad *i* alterne per 3. prop. hujus cap. æqualis fabricetur *o i u*.

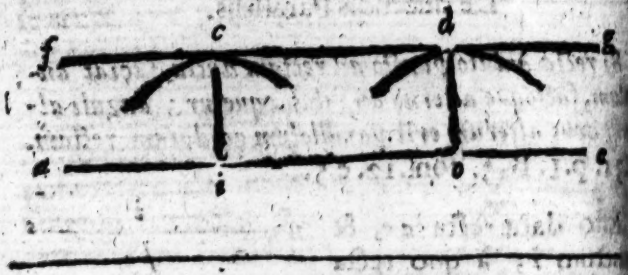
Recta igitur *u i s* in continuum producta (quæ est crus alterum) est parallela datæ.

Demonstratio est ex qualibet parte præcedentis; ab angulorum sc. alternorum æqualitate, vel reliquis modis; si *o i* producas, angulum exteriorem interiori sibi opposito æqualem feceris, &c. Totq; modis fabrica procedit Parallelismi.

vel alio modo.

Si in data recta diversa sumas centra, & ex iis peripherias æqualium radiorum ducas; linea recta tangens peripherias erit parallela datæ.

Ut, sit data *a e* recta, in eaque centra diversa *b* & *v*, æqualiumque radiorum peripheriæ sive arcus, *c* & *d*. Tangens igitur *f g*, erit parallela datæ, *a e* æquidistat enim ubique per æqualium peripheriarum radios.



CAPUT IV.

De Figuris. Et primo, de Geometria Triangulorum.

Angulorum geometriâ expositâ, proximum est, ut de Figuris dicatur. Quas igitur Figuris affectiones tribuis?

HArum aliæ sunt generales, aliæ speciales.

Quæ sunt illa generalia, quæ communiter in Figuris spectanda sunt?

Ad rem metricam spectantia potissimum hæc sunt. Si quamlibet figuram per se spectes, occurrit Figuræ vel Ordinatio, vel Primatus, vel Ratio.

Sin duas pluresve inter se compares, mutua eorundem ad se invicem observatur tum Ratio, tum Proportio.

Quas figuras Ordinatas dicis?

Figura ordinata est figura æquitermina & æquiangula, Hoc est cujus termini & anguli inter se sunt æquales: Tales figuræ sunt, in rectilineis. Triangulum æquilaterum, Quadratum, Pentagonum, Hexagonum, &c. In obliquilineis, Circulus. In solidis, Tetraëdrum, Cubus, Octaëdrum, Dodecaëdrum, Icosaëdrum, Sphæra. E. 25. 26. &c. dd. 11. l. R. 7. c. 4.

Reliquæ figuræ pleræque omnes Inordinatæ dici possunt: Idque secundum magis & minus. Ut Isosceles inordinata figura est respectu Isopleuri; ordinatior tamen Scaleno.

Primas autem quas vocas?

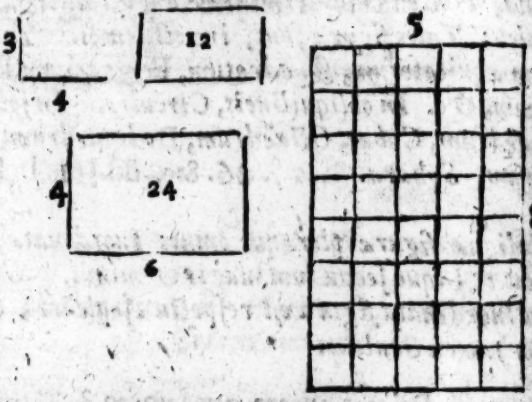
Figura prima est, quæ in alias simpliciores est individua. Sive; quæ in alias priores se ulterius resolvi non potest. Cujusmodi sunt in planis rectilineis, Triangula: in solidis, Pyramis. R. 8. c. 4.

Rationales tandem quæ sunt?

Figura rationalis est, quæ comprehenditur à basi & altitudine rationalibus inter se. R. 9. c. 4.

Comprehendi hic idem est, quod in Arithmeticis multiplicari. E. 1. d. 2. Numeris enim laterum inter se multiplicatis, certo quasi numero explicatur magnitudo figuræ: si nimirum duo latera, basis & altitudo, inter se rationalia sint, quorum ratio magnitudinis certo mensuræ numero explicari potest; tota inde figura rationalis dicetur.

Ut hîc.



Et inde Numerus figuræ rationalis, Figuratus dicitur: & numeri, unde fit, Latera figurati.

Atque è tali laterum mensura nota, totarum figurarum magnitudines innotescunt, quasi per ratiocinationem arithmeticam. E. 20. p. 10. & 16. 17. dd. 7.

Tales

Tales figuræ erunt, in planis, Parallelogrammum rectangulum: in solidis, Prisma & Cylindrus. Unde omnium reliquarum figurarum mensuræ ratio capitur.

Quod si figuræ invicem comparentur, quænam tum Rationales dici possunt?

Figuræ Isoperimetræ, sive æquales ambitus obtinentes.

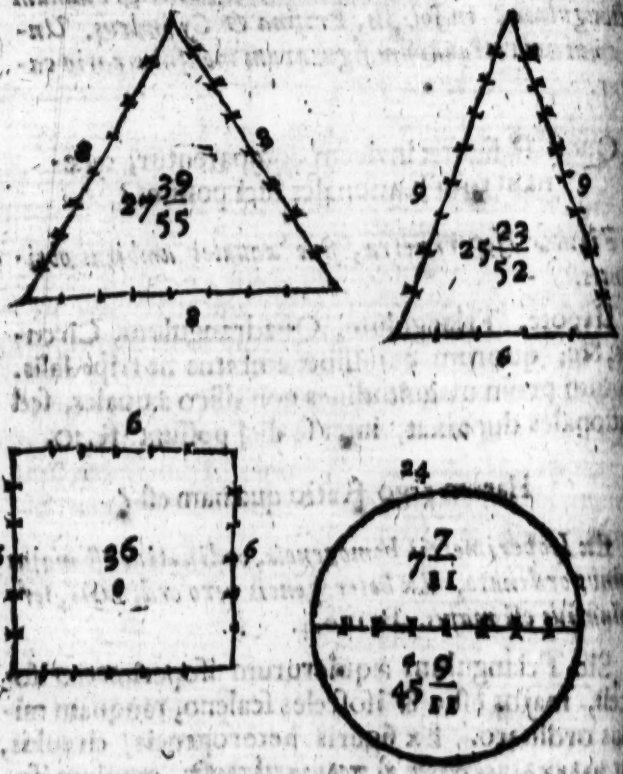
Utpote, Triangulum, Quadrangulum, Circulus, &c. quorum cujuslibet ambitus sit tripedalis. Eorum proin magnitudines non illico æquales, sed rationales duntaxat, inter se dici possunt. R. 10.

Harum ergo Ratio quænam est?

Ex Isoperimetris homogeneis, ordinatius est majus minus ordinato, Ex heterogeneis vero ordinatis, terminatius est majus. R. 11. c. 4.

Sic Triangulum æquicrurum isoperimetro isosceli, majus est; & isosceles scaleno, tanquam minus ordinato. Ex figuris heterogeneis, circulus, ut πολυπλευρότερον & πολυγωνιότερον, omnium isoperimetrarum maximus erit: sicuti hic cernis.

Propor



Proportionales porrò figuræ inter se comparatæ quæ sunt?

Figuræ primæ, seu æquè multiplices à primis, æquè altæ, & figuræ similes.

Illarum priorum proportionem ostende?

Figuræ primæ, seu æque multiplices à primis, æquè altæ sunt ut baſes illarum. Et contra. R. 12. E. 4.

Si

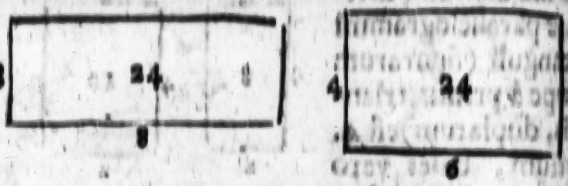
Si namque idem numerus alios quoslibet multiplices, facti fiunt proportionales multiplicatis. Ut hic altitudo utriusque parallelogrammi rectanguli (figurarum nempe à primis, triangulis, duplarum) est 4. partium, bases vero sunt 2. & 3. ut igitur se habent 2. ad 3. basis sc. unius ad basin alterius; sic totius figuræ magnitudo ad totam alterius. Idem enim numerus, 4. notans æquam altitudinem utriusque multiplicans 2 & 3. facit 8. & 12. proportionales, ut enim sunt 2. ad 3. sic 8. ad 12. Hinc demonstratur, Parallelogramma esse duplicia Triangulorum æqualium basium & æquè altorum: insolidis, Prismata esse triplicia Pyramidum. Et sic consequenter de æquè multiplicibus à suis primitivis judicandum.

Deductio hæc figurarum primarum æque altarum ad æque multiplices æquè altas, immensam fœcunditatem peperit per totam Geometriam; ut liquet ex. E. 35, 36, 37, 38, 39. 40, 41. pp. 1. item 1. p. 6. item 25, 29, 30, 31, 32. pp. 11. item 2, 4, 5, 6, 11, 13, 14, 18. pp. 12. Hinc doctrina Sinuum prodit: siquidem diameter circulorum æqualium pro basi habeatur.

Atque ut directa procedit proportio vi Aureæ regulæ; sic quoque reciproca. Si nimirum figuræ primæ, vel æque multiplices à primis, sint reciprocè æquales sive æqualiter magnæ basi & altitudine, sunt quoque proportionales. *Et contra.*

E. 14.

E. 14. 15. p. 6. R. 13. c. 4. & 8. c. 7. & 14. c. 10. Ut in figuris liquet rationalibus. Hic ternarius, alti-



tudo unius, ad ſenarium, baſin alterius, æqualiter magnam, cum ſua altitudine & baſi alterius (utrobique enim reciprocè ſumptis terminis ratio eſt dupla) proportionem eandem concludent. Eadem ſiquidem eſt ratio 3. ad 6. quæ eſt 4. ad 8. Termini proinde primo reciprocè conſiderati, ac proportionales deprehenſi, directè poſtea ſumti, ac inter ſe multiplicati, æqualitatem rationum vel factorum efficient.

Similes figuras quomodo definis?

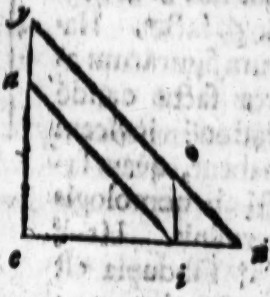
Figuræ ſimiles ſunt, quæ æquales angulos, ſub homologis terminis comprehenſos, habent. Sive: ſunt figuræ æquiangulæ homologotermine. E. 1. d. 6. R. 14. c. 4. *Ut ſunt quælibet Triangula iſopleura, circuli item cujuſcunque magnitudinis, &c.*

Quæ his ineſt Proportio?

1. *Similium figurarum termini homologi, æqualibus angulis ſubtenſi inter ſe ſunt proportionales.* Ut hic:

In-

Ingens est fœcunditas hujus elementi, & fulcrum totius Geodæsiæ. Sunto enim, verbi gratia, Triangula *a e i* & *o i u*; æquiangula & similia cum toto triangulo *y e u*; ita quidem, ut anguli *y*, *a*, *o*, æquales sint similiterque siti; ut & anguli ad *e* & *i*; itemque anguli communes ad *u* positi cum angulo *i*, æquales, per 10. p. 3. cap. sunt enim *y u* & *a i* parallelæ, sicut *y e* & *o i*: dicimus hic, terminos homologos sive crura homologa æqualium angulorum inter se esse proportionalia; ita ut, quæ est ratio inter *y e* & *e u*; eadem sit inter *a e* & *e i*: sic eandem esse rationem inter *y e* & *e u*, quæ inter *o i* & *i u*. Sic quemadmodum se habet *u i* ad *i o*, sic *u e* ad *e y*: ut suo loco demonstratur.



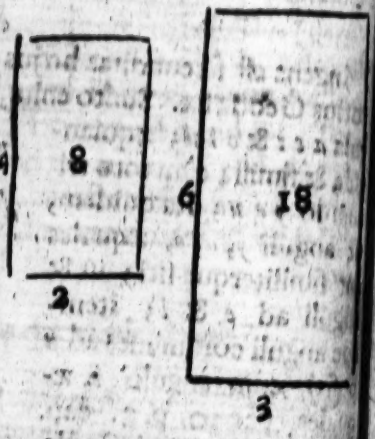
2. *Figuræ similes habent rationem homologorum laterum æquè multiplicatam dimensionibus; & medium*

dium proportionale, unâ dimensione minus. E.2.p.6. Item. 11. & 18. p.8. R.15. e.4.

Hujus elementi duæ sunt partes: altera de ratione homologorum laterum, altera de medio proportionali.

Figuræ planæ duarum sunt dimensionum, solidæ trium. Itaque habebunt illæ duplicatam rationem homologorum laterum; hæc triplicatam. E. 18. 19. p. 8.

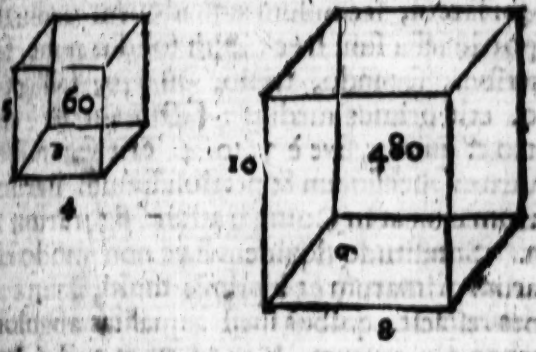
Ut hic, Figuræ planæ 8. & 18. partium à lateribus suis 2. & 4. 3. & 6. factæ. Harum figurarum areæ factæ eandē rationē invicem habent, quam facti ab homologis terminis. Ut $\frac{18}{8}$ ($2\frac{4}{1}$ subdupla est & sesquiquarta: quam eandem rationem custodiunt inter se facti homologorum terminorum; ut



$$\begin{array}{l|l|l|l} 23 & \frac{4}{9}(2\frac{4}{1} & \text{item:} \quad 4. \quad 6 & \frac{16}{16}(2\frac{1}{4} \\ \frac{23}{18} & & \quad\;\; \frac{4}{10} \quad \frac{6}{36} & \\ \frac{18}{19} & & & \end{array}$$

Solide-

Solidorum, ut hic 60. & 480. ratio triplicatur, à triplici dimensione homologorum laterum: ut,



4. 4. 4—64. | 512(8.
8. 8. 8—512 | 64

Sic & è reliquorum homologorum laterum solida multiplicatione, factorumque divisione per factorum alterum, quotiens semper octuplam rationem proferet: ut,

$\frac{3.3.3.}{6.6.6.}$—$\frac{27.}{216.}$ | $\frac{216}{27}$(8. Item: $\frac{5.5.5.}{10.10.10.}$—$\frac{125.}{1000.}$ | $\frac{1000}{125}$(8.

Sequitur de Medio proportionali. Inter duas figuras planas similes (ubi duplicata est ratio seu dimensio terminorum) una est media proportionalis: inter duas solidas, duæ. Ut in dictis planis, inter 8. & 18. interest unus numerus proportionalis, qui efficitur à mediis vel extremis similium figurarum lateribus: verbi gratia, 12. è 2. & 6. vel è 3. & 4. medius inter 8. & 18. Termini sic sunt. 2.4.3.6.

In solidis autem, quia triplicata est ratio, duplex interest proportionalis. Sic 30. & 240. sunt in octupla

octupla ratione: itemque latera eorum, 3. & 6. triplicata: $\frac{3:3:3}{6:6:6} = \frac{27}{216}$ | $\frac{216}{27}$ (8.

Media autem proportione æquationis ordinatæ fiunt. Duorum namque illorum solidorum, 30. & 240. latera, secundum æquationem ordinatam, proportionalia sunt hæc: $\frac{5:2:3}{10:4:6}$ solidus nunc, factus è lateribus, secundo, tertio, quarto, scilicet e. 2. 3. 10. erit primus medius: factus autem è tertio, quarto et quinto, sive è 3. 10. 4. erit secundus.

Aurum purissimum & pretiosissimum harum regularum emicat in Comparatione figurarum similium. Similitudo siquidem hæc non modo est figurarum primarum et à primis mukiplicium; sed omnes respicit, quibus inest æqualitas angulorum et proportio crurum. E.21. d. 7. et 1. d.6. et 10. d.3. et 7. 8. 20. d. 11. R.15. e. 4.

CAPUT V.

De communibus Figurarum affectionibus dixisti hactenus: quæ nunc cuilibet figuræ speciatim conveniant; monstrari mihi cupio.

INter figuras rectilineas primatum sibi vendicant Triangula: quorum in metiendo præcipuè observamus, tum latera, quibus constant; tum Angulos qui illis insunt: illorum tam Rationes quam Proportiones; & in unoquoque Triangulo separatim, & in pluribus conjunctim & comparate, explicando.

PRO-

PROPOSITIO I.

De Ratione Laterum dati alicujus Trianguli.

In omni Triangulo duo qualibet latera simul sumta sunt majora tertio. E.2. p.1. R.7. c.6.

Esto triangulum *a e i*. Dico, lateribus *a e* et *e i*, verbi gratia, simul sumtis brevius esse latus *a i*: quia, per confect. Archim. definit. rectæ lineæ, *a i* linea intra eosdem terminos *a* et *i* erit brevissima: & per cons. *a e* et *e i* simul sumta erunt majora.

PROPOSITIO II.

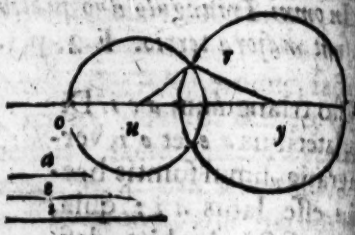
De fabrica Triangulorum quorumlibet.

Si tres sunt rectæ, quarum duæ qualibet sint majores reliqua peripheriæque à terminis unius, intervallis reliquarum, concurrant; radii à concursu ad dictos terminos constituent triangulum, laterum datis rectis æqualium.

Vel sic:

Si tres sint rectæ, quarum duæ qualibet majores reliqua, & earum termini in recta quadam infinita continue notentur, & secundum extremorum spatiorum intervalla, à terminis mediæ, peripheriæ describantur; radii à concursu peripheriarum, ad dictos intermediæ terminos, constituent triangulum laterum datis rectis æqualium. E.22.p.1.R.1.cons.7.c.6.

Ut, optetur Triangulum è tribus rectis, *a e i*: & recta infinita sit *o i*, inqua tres notentur continuè æquales datis, *o u*, *u y*, & *y s*. si nunc è terminis *u* & *y* intermediæ, intervallis verò *o u* et *y s* extremarum, peripherias in puncto *r* concurrentes descripseris: radii ab eorum concursu ad terminos *u* et *y* constituent Triangulum *u r y*, æquilaterum datis rectis. Erunt enim æquales radii *u o* et *u r*, itemque *y r* et *y s*: intermedia per remanet. Conclusio absolvitur Ax. congr. 1.



PROPOSITIO III.

De fabrica Trianguli æquilateri.

Si duæ peripheriæ æquales, à terminis datæ rectæ ejusque intervallo, concurrunt: rectæ à concursu ad dictos terminos constituent triangulum æquilaterum super datam. E. 1. p. 1. R. 2. conf. 7. c. 6.

Ut hic, super *a e* triangulum constituitur æquilaterum *a e i*: & demonst. ut præcedens, ab æqualitate radiorum æqualium peripheriis æqualibus.

Similiter

Similiter instituti potest fabrica Isoscelis, è communi radio, non æquante datam rectam: Scaleni item, è tribus inæqualibus radiis.

Ut hic patet:

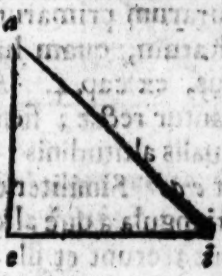
PROPOSITIO IV.

De fabrica Trianguli rectanguli.

Si duæ perpendiculares rectæ à quadam connectantur, constituent triangulum rectangulum. R. 1. conf. 2. c. 8.

Demonstratio est ex definitione Trianguli rectanguli.

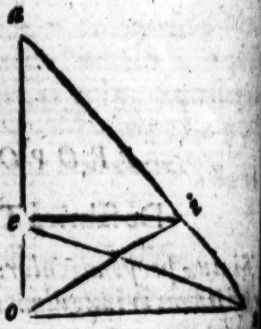
Ut hic:



PROPOSITIO V.

De Proportione ſegmentorum Laterum dati trianguli.

Si recta in triangulo eſt parallela baſi, ſecat crura proportionaliter. Et contra. E.2. p.6. & 17. p.11. fundamentum eſt 4,5,6,7,8,9,10,11. et 12.p.6. R.13. c.5. et 8. c.6.



Ut, in Triangulo *a o u*, baſi *o u* ſit parallela *e i*. Dico, crura *a o* et *a u* ſecta eſſe per *e i* lineam proportionaliter, ita ut *o e* ſit ad *e a*, ſicut *u i* ad *i a*; et alternè, [illegible] *o e* ad *u i*, ſic *e a* ad *i a*.

Demonſt. procedit à communi proprietate figurarum primarum æquè altarum, quam habent à baſium inter ſe rationibus, ex cap. 4. Ab *i* etenim in *o*, et ab *e* in *u* ducantur rectæ: fientque triangula *e o i* et *e i u* æqualis altitudinis; erunt proin inter ſe ut baſes *o i* et *e a*. Similiter cum *u e i* et *i e a* ſint quoque duo triangula æquè alta inter ſe et cum prioribus duobus; erunt et illa inter ſe ut baſes. Atqui eandem inter ſe rationem habentia eſſe proportionalia, demonſtrant elementa Arith. è 7. p. 5. Ergo ut triangulus *e o i* baſis ſive ſegmentum *o i*, ad baſin ſive ſegmentum *e a*; ſic *u i* ad *i a* ſegmentum reliquum.

Ter-

Termini igitur alterni erunt quoque proportionales, è communi affectione quatuor terminorum proportionalium: nempe, ut *o e* ad *u i*, sic *e a* ad *i a*.

Si triangula pluribus rectis parallelis intersecantur; inter segmenta erunt proportionalia. E. 3. p. 6. & 17. p. 11. R. 13. c. 5.

Consect. est præcedentis. Ut hic:

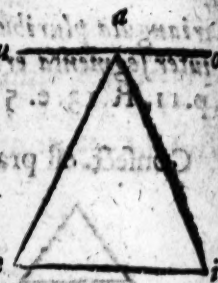
Et hæc de Geometria Triangulorum, ex comparatione Laterum.

Quasnam verò Triangulis angulorum ratione proprias affectiones inesse statuis?

PROPOSITIO VII.

In omni triangulo tres anguli simul sumpti sunt duobus rectis æquales. E. 2. p. 1. R. 9. c. 6.

Est primum inventum Pythagoreum, ut in triangulo *a e i*, cujus basi *e i* ut parallela *u o*, angulus *u a e*, coalterno *a e i*, per 10. p. 3. cap. est æqualis: similiter etiam *o a i*, coalterno *a i e*, per eandem est æqualis: & relinquitur *e a i* communis. Jam vero *u o* rectæ insistit *e a*: anguli igitur *u a e*, et *o a e* totus, æquales sunt duobus rectis, per. 8. p. 3. cap. sunt porrò anguli *e a i* & *i a o* partes anguli *e a o* totius: ac proinde tres anguli hi, *u a e*, *e a i*, et *o a i*, duobus rectis æquantur. Itaque tres interiores simul sumti duobus quoque rectis æquabuntur: quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO VIII.

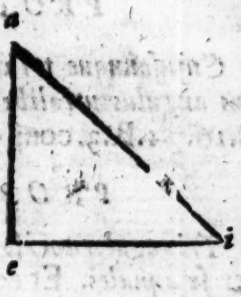
In omni triangulo, duo quilibet anguli simul sumpti sunt duobus rectis minores. E. 17. p. 1. R. 1. conf. 9. c. 6.

Est consect. præcedentis. Nam si tres duntaxat sunt duobus rectis æquales, duo proin sunt minores.

PROPOSITIO IX.

Si triangulum rectangulum est isosceles, uterque angulus ad hypotheneusam est dimidius recti. Et contra. R. 3. c. 8.

Ut in triangulo *a e i*, angulus ad *e* rectus est: reliqui duo ad *a* et *i* æquales, per definit. trianguli isosceli, unum rectum per præced. prop. 7. constituentes. Uterque igitur dimidius sit recti necesse est.



PROPOSITIO X.

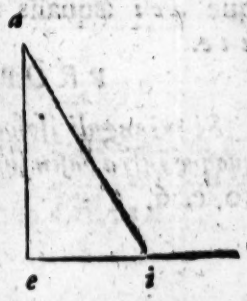
Si trianguli angulus quidam æquatur duobus reliquis, est rectus. Et contra. E. 31. p. 3. R. 1. conf. 3. c. 8.

Consect. ex præced. Talis namque angulus æquatur dimidio duorum sectorum.

PROPOSITIO XI.

Continuato quodam latere trianguli, exterior angulus duobus interioribus sibi oppositis est æqualis. E. 32. p. 1. R. 2. conf. 9. c. 6.

Ut in triangulo *a e i*, continuato latere *e i* in *o* usq; duo anguli deinceps positi, *a i o*, & *a i e*, per. 8. p. 3. cap. æquantur duobus rectis; quibus itidem æquantur omnes tres interiores simul, per. præced. 7. Ablato itaque communi angulo *a i e*, exterior *a i o* relinquetur æqualis duobus reliquis interioribus & oppositis ad *a* et *e*.



PROPOSITIO XII.

Cujuſcunque trianguli uno latere producto, extrinſecus angulus utrolibet interiore & oppoſito major eſt. E. 16. p. 1. R. 3. conſ. 9. c. 6.

PROPOSITIO XIII.

Triangulorum iſoſcelinum anguli ad baſin ſunt inter ſe æquales. Et contra. E. 5. 6. p. 1. R. 10. c. 6.

Hæc propter anxietatem demonſtrandi, juxta Campanum, Fuga miſerorum in ſcholis appellata fuit: cum tamen veritas illius ſatis è 9. præcedente patêre poſſit.

Demonſtratur item facile ex 2. p. 3. cap. ſi angulus angulo æquicrurus æquatur baſi, eſt æqualis. Crura ſiquidem *a e* & *e i* ſunt æqualia cruribus *a i* & *e i*; quibus æquales baſes ex theſi ſubtendantur *a i* et *a e*. Angulus itaque *a e i* æqualis angulo *a i e*.

PROPOSITIO XIV.

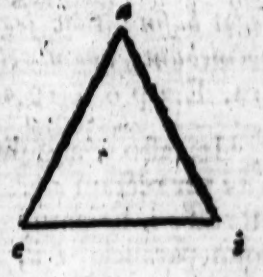
Si trianguli iſoſcelis crura continuentur, anguli quoque infra baſin ſunt æquales. E. 5. p. 1. R. 1. conſ. 10. c. 6.

Ut hic, Anguli namque *a e i* et *i e o* æquantur duobus rectis; itemque *a i e* et *e i u* duobus rectis æquantur, per 8. p. 3. cap. igitur & inter se æquantur. Detractis nunc interioribus æqualibus per præced. ad basin exteriores infra basin æquales relinquuntur.

PROPOSITIO XV.

Si triangulum est æquilaterum, est quoque æquiangulum. Et contra. R. 2. conf. 10. c. 6.

Triangulum namque *a e i*, quoquo modo consideratum, semper ad basin erit æquiangulum, per 13. p. præced. Et quia quodlibet latus basis esse potest, erit proin æquiangulum.



PROPOSITIO XVI.

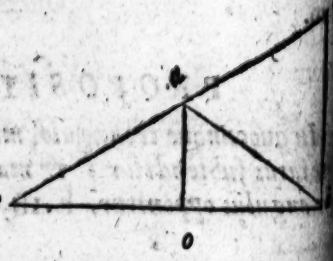
In quocunque triangulo, majori angulo majus quoque latus subtenditur: & majori lateri vicissim major angulus opponitur. E. 18, 19. p. 1. R. 11. c. 6.

Ut hic, *a i* majus esto latus quam *a e*, major quoque erit angulus ad *e*, quam ad *i*. Secetur namque ex *a i* æqualis ipsi *a e*, sitque *i o*, tum angulus *a e i*, æquicrurus angulo *o i e*, major erit basi per thesin, ideoque major, per 4. prop. 3. cap. Sic quoque conversa patet: ut *a e i* angulus sit major angulo *a i e*: itaq; per eandem 4.p.3.c. major est basi.

PROPOSITIO XVII.

Si recta in triangulo bisecat angulum, eademque secat basin: tunc segmenta basis eandem rationem obtinebunt, quam reliqua trianguli latera. Et contra. E.3.p.6.R.12.c.6.

Ut, esto triangulum *a e i*, & bisectus sit angulus *e a i* per rectam *a o*. Dico, ut *e a* est ad *a i*, sic *e o* esse ad *o i*. Erigatur enim parallela *i u*, per 11.p.3.c. ipsi *o a*, & producatur *e a* in *u*. Hic per 5. p.3. c. ut est *e a* ad *a u*, sic *e o* ad *o i*, sed *a u* æquatur ipsi *a i*, per conversi. 13. præced.



angulus namque *u i a* æquatur angulo coalterno *o a i*, per. 10. p.3.c. & per thesin angulo æqua

o a i,

o i, qui per eandem 10.p.3.c. æquatur interior angulo sibi opposito *a u i*, & per conclusum æqualia *a*. Itaque per 13.p.præced. *a u* & *a i* æquantur. Ergo ut *e a* ad *a i*, sic *e o* ad *o i*.

Conversa similiter demonstratur. Nam ut *e a* ad *a i*, sic *e o* ad *o i*; & sic *e a* ad *a u*, per 5. p. 5. c. Itaque *a i* & *a u* æquantur: itemque anguli *e a o* & *a i* æquantur angulis ad *u* & *i*, per 10. p. 3. c. æqualibus inter se, per 13. præced.

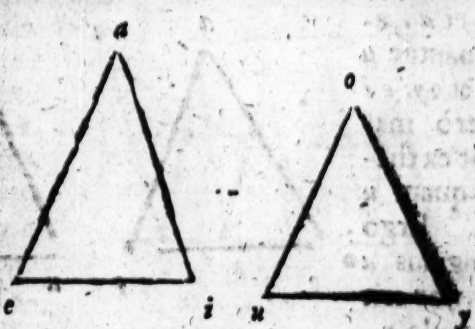
Atque ista de uniuscujusque per se trianguli ratione, in lateribus & angulis ipsius.

Quod si autem duo plurave triangula inter se comparentur; quam in illis rationem sive proportionem observari putas?

PROPOSITIO XVIII.

Triangula æquilatera sunt æquiangula, & inter se æqualia. E.4.8.26.p.1.R.1.2.c.7.

Et ratione æqualitatis laterum, æqualitas angulorum inducitur. Ut hic: latera *a e* et *e i*, æqualia sunt lateribus *o u* et *u i*, latera item *a i* et *i e*, lateribus *o y* et *y u* æqualia. Cum igitur basis *a i* æquetur basi *o y*, angulus quoque *e* æquabitur angulo *u*. Et sic consequenter de reliquis concludere licet.



Demonst.

Demonstr. est è principio Congr. c. 2. p. 3. c. per inductionem angulorum singulorum; per æqualitatem laterum, ut supra 15. p.

PROPOSITIO XIX.

Si duorum triangulorum unum duo latera duobus lateribus alterius æqualia habuerit, angulusque unius angulo alterius sub æqualibus illis lateribus contentus, æquetur; tum basis basi, & reliqui anguli reliquis angulis æquantur. Et contrà.

Si duorum triangulorum duo anguli unius æquentur duobus angulis alterius; tum reliquus reliquo æquabitur.

Consect. est præcedentis: ut ex eadem patet figura.

PROPOSITIO XX.

Si triangulum triangulo æquicrurum est majus basi, est quoque majus angulo. Et contrà. E. 24, 25. p. 1. R. 4. c. 7.

Ut hic, *e a* et *a i*, æquantur *u o* et *o y*: *e i* verò major ex thesi quam *u y*. Ergo angulus *a* major erit angulo *o*.

Demonst. ex 4. p. 3. cap.

PRO-

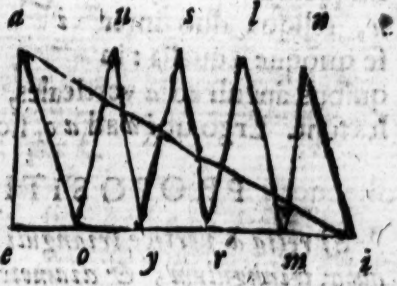
PROPOSITIO XXI.

Si triangulum triangulo in eadem basi est minus interioribus cruribus; est majus angulo crurum exterioris. E. 21. p. 1. R. 5. c. 7.

Demonst. ex. p. cap. 3. Ut hic vides:

PROPOSITIO XXII.

Triangula æquè alta sunt ut bases illorum. E. 1. p. 6. R. 6. c. 7.



Ut hic vides triangulum *aei* æquari triangulis *aeo*, *uoy*, *syr*, *lrm*, *nmi*. Quēadmodum enim basis *ei*, trianguli *aei*, quintuplo major est basi *eo*, trianguli *eao*: sic etiam triangulum *eai* quintuplo majus erit triangulo *eao*. Item, ut basis trianguli

trianguli *o æ i* est quadruplo major basi trianguli *e a o*: sic & triangulum *o a i* quadruplo majus est.

Demonstr. pendet à communi proprietate figurarum primarum æque altarum.

PROPOSITIO XXIII.

Trianguli in basi æquali sunt æqualia. R. 1. conf. 6. c. 7.

Consect. est præcedentis: ut in eadem figura patet.

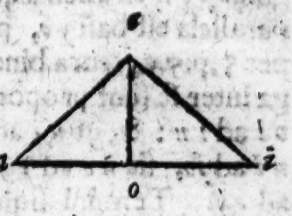
PROPOSITIO XXIV.

Si triangula sunt æqualia, sunt quoque reciproca sive reciproce proportionalia, cruribus æqualium angulí. Et contra. E. 15. p. 6. R. 8. c. 7.

Ut hic vides *e o i* & *o e u* triangula æque alta æquâ basi. Quod si auferas *e a o* commune triangulum, relinquentur *e a i* & *o a u*, reliqua duo inter se quoque æqualia: in quibus anguli ad *a* verticales, per 9. p. 3. c. æquales sunt. Ergo ut *i a* ad *a o*, sic *u a* ad *a e* erit.

PROPOSITIO XXV.

Si recta à vertice trianguli bisecat basin, bisecat quoq; triangulum; & diameter est trianguli. R. c. 6. c. 7.

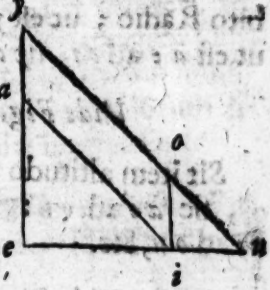


Ut hic vides. Bisegmenta enim sunt triangula æque alta, nempe communis verticis intra easdem quasi parallelas, & in basibus æqualibus. Ergo æqualia inter se. Recta pro in *a o* est diameter, quia per centrum agitur.

PROPOSITIO XXVI.

Si triangula sunt æquiangula seu similia; sunt eorum homologi proportionalia. Et contrà. E. 4, 5, 6, & 7. pp. 6. R. 9, 10, 12. c. 7.

Et ratione angulorum nunc proportio crurum colligitur & è contra. Ut, sunto triangula *a e i* & *y e u*, & *o i u*, æquiangula & similia; ita ut *a i* sit parallela *y u*, & *o i* parallela *y e*, per 11. p. 3. cap. Angulus igitur *e a i* exterior quasi interiori *e y u* sibi oppositò æqualis est; & si æqualis, ergo *a i* & *y u* sunt parallelæ, per 10. p. 3. cap. Et quoniam *a i* est parallela basi *y u*; per 5. p. 5. cap. segmenta crurum sunt inter se proportionalia, ita ut *u i* ad *i e*, sic *y a* ad *a e*: item, ut *a e* ad *e i*, sic *y e* ad *e u*. Eadem enim semper est ratio totius homologi ad totum, quæ partis ad partem, per 15. p. 5. Eucl.



Item, sunto triangula *y e u* & *o i u* similia, & angulus

gulus *y e u* ex theſi æqualis *o i u*: ergo *o i* quoque parallela eſt baſi *y e*, per converſ. 10. p.3.c. Itaque per 5.p.5.c. crura binorum triangulorum homologa inter ſe ſunt proportionalia: ita ut *y e* ad *e u*, ſic *o i* ad *i u*: &, ut *u i* ad *u o*, ſic *u e* ad *u y*; ut item *u i* ad *i o*, ſic *u e* ad *e y*: &c. ut *u i* ad *u e*, ſic *i o* ad *e y*. Termini ſiquidem quatuor proportionales, & directe, & inverſe, & alterne ſumpti proportionales manent.

Magiſterium Geodeſiæ peperit Theorema hoc in Triangulo rectangulo: per inſtrumenta namque geodætica, triangulum rectangulum repræſentantia, & triangulorum ſimilitudine, quæ in res menſurandas diriguntur, crura redduntur proportionalia.

In Radio geometrico res omni difficultate caret.

Ut, ſi data ſit longitudo *o u* menſuranda, adhibito Radio; ut eſt *y e*, ad *e i*, ſic *y o* ad *o u*: vel ut eſt *a e* ad *e i*, ſic *a o* ad *o u*.

Vide Fig. 1.

Sit item altitudo menſuranda *a u*: hic ut *a e* ad *e i*, ſic *a o* ad *o u*: vel alternè; ut *a e* ad *a o*, ſic *e i* ad *o u*, &c.

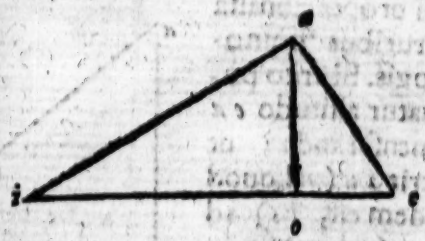
Vide Fig. 2.

PROPOSITIO XXVII.

Si in triangulo rectangulo, à recto angulo in hypothenuſam perpendicularis ducatur, facit triangula ſimilia toti & inter ſe. E.8.p.6.R.4.e.8.

Ut

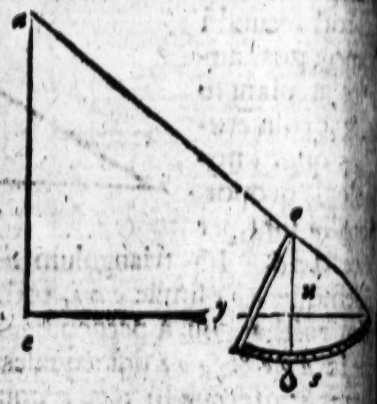
Ut in triangulo rectangulo *a e i*, perpendicularis *a o* facit duo triangula *a o e* & *a o i*; similia toti & inter se; quia ipsi toti secundū homologos angulos æquiangula, & proin cruribus quoq; homologis proportionalia sunt, per



præced. 26. Ita triangulum *a o i* simile erit *e a i*, iddemque *a o e* simile *e a i*, toti sc. triangulo. Cum enim recti anguli, à perpendiculari *a o* facti, utrinque in *a o e* & *a o i* sint æquales recto *e a i* ex thesi data; & uterque in *i* et *e* communis cum toto, (nam si triangulum *a e o* sumas, tunc *e* angulus communis est cum triangulo *a e i*: sin triangulum *a i o* intelligas, *i* angulus communis est cum *a i e*) reliquus igitur *i a o*, reliquo *e a o*, per convers. 19. p. 5. c. æquabitur. Et per cons. si æquiangula sunt, erunt quoque similia; per defin. figurarum similium: & per præced. 26. termini triangulorum similium homologi proportionales inter se sunt.

Et quemadmodum precedens Theorema usum Radii geometrici introduxit: ita hoc Quadrantis usum invenit.

Ut hic habes triangula *a e i*, *o y i*, *o u i*, &c. similia totis & inter se, per hanc & præced. ac



pon in proportionalia cruribus homologis. Si ergo petur altitudo *e a* mensuranda; ut erit *i u* (vel, quod idem est, *i s*) ad *u o* (vel *s o*) sic *i e* ad *e a* quæsitam altitudinem. Sicut enim 70. gradus peripheriæ *i s* (totus namque quadrans circuli 90. continet gradus: & semidiameter ejus *o i*, vel *o s*, 60. gr.) se habent ad 60: ita habebit *i e* longitudo ad *e a* altitudinem. Si itaque 70. gr. dant 6. pedes 60. gr. dabunt $5\frac{1}{7}$. ped. quæsitam videl. altitudinem.

PROPOSITIO XXVIII.

Perpendicularis in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin, est proportionalis, sive proportionale medium, inter segmenta basis: Et crus utrumlibet est proportionale medium, inter basin & basis segmentum conterminum ipsi cruri: Et segmenta basis erunt proportionalia cruribus. E. 11, 12, et 13. p. 6. R. 1, 2. conf. 4. c. 8.

1. Ut *i o* ad *a o*, sic *o a* ad *o e*: Crura namque *a o* et *o i* angulum æqualem comprehendunt an-

gulo

gulo crurum *o a* *a e e*, per 7. p. 3. *e*. Ergo per præced. 26. æqualium angulorũ crura in triangulis similibus sunt proportionalia. Hinc

Platonis mesographus inventus, tertii videl. lateris continuè proportionalis.

2. Ut etiam *e i* basis majoris trianguli, ad *i a* crus alterum trianguli majoris (quod est basis minoris) sic *a i* ad *i o*, basis segmentum conterminum cruri *i a*. Et ut *i a* ad *e a*, sic *a e* ad *e o*, homologa enim sunt latera triangulorum similium, æquos angulos subtendentium, per primam communem affectionem figurarum similium.

3. In proportione quoque disjuncta, ut *i o* ad *i a*; sic *o e* ad *e a*, per præcedentem 17. p. Et sic quartam proportionalem è tribus reliquis prosilientem deprehendere licebit.

Hactenus Triangulorum rationes & proportiones, in eorundem lateribus & angulis, tam per se, quam inter se, quam inter se consideratis, percepi: nunc quomodo eorundem areas sive spatia investigare liceat, intelligere velim?

Recte hoc mones, ad Triangulorum geometriam perficiendam. Ut enim ex Triangulis reliquæ figuræ, aut triangulatæ, constent; ex illorum quoque

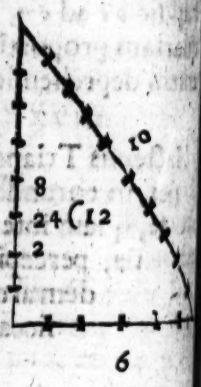
geometria hæ mensuras suas capiunt. Ramus porr
lib. 12. el. 3, 5, 8, 9, 10. *item* lib. 14. el. 8, 9, 10, 12. *Tri*
anguli, & inde omnis triangulati, multanguli or
nati, geodæsiam duobus modis absolvi tradit: quorum
unus est generalis, alter specialis.

Priorem illum modum explica.

Generalis cujuscunque trianguli geodæsiæ modus e
apud Heronem, perficiturque laterum additione, di
midiatione, subductione, multiplicatione, & qu
drati lateris sive radicis inventione: juxta sequen
Theorema.

Si dati trianguli latera sigillatim inventa colli
gantur; & ab hujus collecti dimidio latera singul
subducantur: latus continuè facti è dato dimidio &
reliquis, erit area trianguli.

Latera hujus trianguli collecta sunt 24. part. harum dimidium sunt 12. à quo duodenario subductis sigillatim lateribus, 6. 8. 10. remanent, 6. 4. 2. fiant jam continuè, primum è 12. & 6. 72. secundò è 72. et 4. 288. tertiò, è 288. et 2. 576. Hujus continuè facti. 576. extractum latus seu radix constituit aream seu capacitatem totius trianguli, 24.

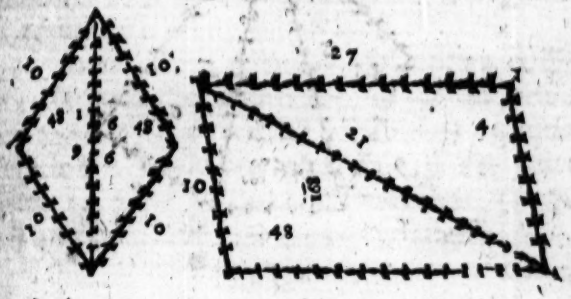


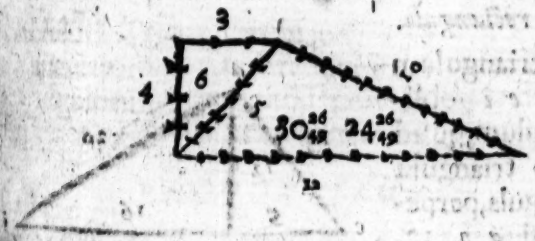
Demonstrationis ratio est in fine Scholarū Mathem. Rami.

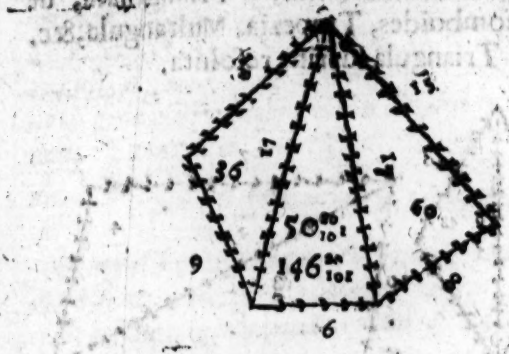
Et Geodesia hæc generalis facillima est expedi
simaque si latera numero integro numerentur.

Atque

Atque ita etiam mensurantur. Triangulata, ut Rhombi, Rhomboides, Trapezia, Multangula, &c. si prius in sua Triangula fuerint resoluta.





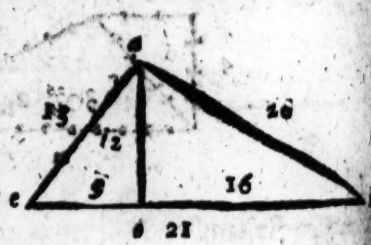


Breviter etiam posteriorem modum declara?

Alter hic modus geodesiæ trianguli, est specialis trianguli rectanguli natura: ex E. 34. & 41. p. 1. & 1. d. 2. *trianguli item obliquanguli*; ex E. 12. & 13. p. 2. & R. 5. e. 13. ejusque consect. & 8. e. 13. *fiant triangula rectangula, ut par est*: *tali Theorematе.*

Si duo trianguli latera contermina, angulum rectum comprehendentia, separatim sive conjunctim, in latus angulos utrinque rectos faciens ducantur; & *facti sumatur dimidium*: *illud constituet aream trianguli rectanguli.*

Ut, triangulum esto *a e i* obliquangulum, quod in duo triangula rectangula, perpendiculari *a o*, 12. partium, reduca-



tur,

tur. Hujus conterminale latus unum sit 16. alterum 5. part. Latera hæc duo in 12. ducta, faciunt 192. & 60. quæ conjunctim constituunt 252. hujus dimidium 126. erit area amborum triangulorum; totius verò obliquanguli *a e i.*

Quod si latera totius trianguli, 13. 20. 21. colligantur, & operatio instituatur secundum prius Theorema, res eodem redibit. Dimidius namque collecti erit 27. à quo subducta, 13. 20. 21. reliqua erunt, 14. 7. 6. Ductus continuus facit 15876. cujus latus extractum 126. area est trianguli.

Nota.

Si trianguli rectanguli basis cum altitudine rationali seu symmetrâ multiplicetur, factique sumatur dimidium; semper area dati trianguli obvia erit. Sint irrationales & asymmetra fuerint inter se basis & altitudo, tunc (quia reductioni huic obliquanguli ad rectangula sæpe multæ fraudes accidunt) satius & facilius erit priori & generaliori modo rem perficere.

CAPUT VI.

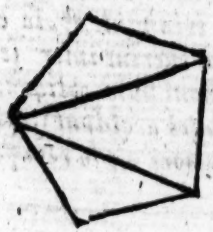
De Geometria Triangulati.

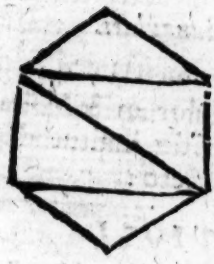
Absolutâ Triangulorum geometriâ; quæ Triangulatorum, Quadrangulorum & Multangulorum, sit consideratio instituenda, brevibus edoceto?

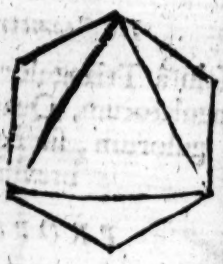
PROPOSITIO I.

Cujuscunq; triangulati latera sunt binario plura quàm triangulis, è quibus constat. R. 1. c. 1. c. 10.

Hoc inductione patet facile. Sic Quadranguli latera sunt quatuor; triangula duo. Quinquanguli latera quinque; triangula tria. Sexanguli latera sex; triangula quatuor. Et sic deinceps.







PROPOSITIO II.

De Parallelogrammi judicio.

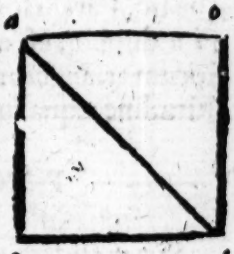
Si duæ lineæ rectæ æquales parallelas eâdem parte conterminent, constituent Parallelogrammum. E. 33. p. 1. R. 1. c. 6. c. 10.

Erunt enim & ipsæ æquales & parallelæ, per definitionem Parallelogrammi.

PROPOSITIO III.

Parallelogramma æquantur oppositis, & lateribus & angulis, & segmentis à diametro factis. E. 34. p. 1 R. 2. c. 6. c. 10.

1. Ut *a e* & *i e* oppositæ latera æquantur, ex definitione & constructione Parallelogrammi, quod duæ rectæ conterminant æquales parallelas παραλλήλως: sic & *e i* & *a o* eâdem ratione æquantur.



2. Angulorum oppositorum æqualitatem ostendit diagonius *a i*; facit enim triangula *a e i* & *i o a* æquilatera, per primam partem hujus; ideoque æquiangula, per

per 18.p.5.c. Et sic *e a o* angulus æquabitur opposito *e i o*.

3. Parallelogrammũ esse bisectum à diametro *a i* constat: quia particulares anguli ad *a* & *i* coalterni, per 10.p.3.c. sunt æquales, & *e* angulus opposito sibi *o* æqualis, ex secunda parte hujus: totus igitur *a e i* toti *a o i* æquatur, per 19. p. 5. cap. vel 2.p.3.c.

PROPOSITIO IV.

Parallelogrammum est duplum trianguli, basi & altitudine æqualis. E.41.p.1. R.4.c.6.c.10.

Demonstratio peti posset è communi affectione figurarum primarum & æque multiplicium à primis æquè altarum. Quod sic patet. Parallelogrammum *a o i u* bisectum est à diametro *a i*, in duo triangula æqualia, per præced. æqualium basium & altitudinis, ex 23.p.5.c. Atque sic Parallelogrammum *a o i u* duplum est ad quodlibet horum triangulorum, basi & altitudine æqualium.

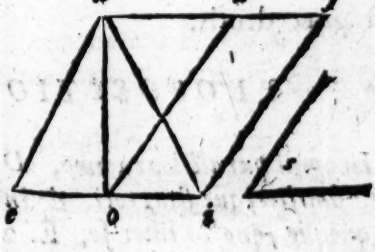
PROPOSITIO V.

Si parallelogrammum dimidiam partem trianguli habuerit; tum æquale erit parallelogrammum triangulo in iisdem parallelis. E. 42. p. 1. R. 5. c. 6. c. 10.

Ut

Ut in præcedenti figura patet. Triangulo enim *a e i* æquatur parallelogrammum *a o i u*: quia dimidium parallelogrammi, sc. *a u i* triangulum, æquatur triangulo, *a o i*, reliquo dimidio; cui etiam p. 25. per 5. c. æquatur *a o e*. Totum igitur *a e i* triangulum, toti *a o i u* parallelogrammo æquabitur.

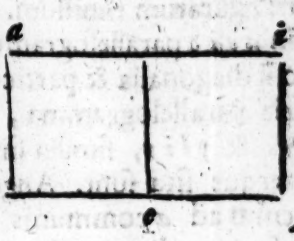
Ita quoque *a e i y* parallelogrammū, erit duplum trianguli *a e i*: & *u o i y* parallelogrammū æquale *a e i* triangulo; huicq; in angulo *u o i* æquatur, dato angulo in *s*.



PROPOSITIO VI.

Parallelogramma æque alta sunt ut bases illorum. E. 1. 6. R. 13. c. 10.

E communi affectione figurarum primarum & æque multiplicium à primis æque altarum. Suht enim dupla triangulorum parallelogramma, ut figurarum primarum.



PRO-

PROPOSITIO VII.

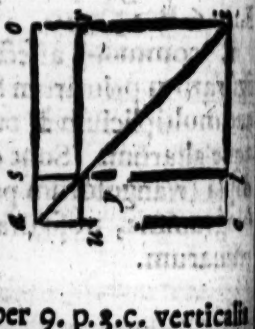
Parallelogramma æquè alta, sive in iisdem parallelis, æqualium basium, sunt æqualia. E. 35, 36. p. 1. R. c. 13. c. 10.

Ut patet in præcedente figura, in qua bases sunt æquales. Quod si basis major foret, majus quoque parallelogrammum; sin minor, minus. Consect. præcedentis.

PROPOSITIO VIII.

In omni parallelogrammo, Diagonalia sunt similia, similiterque sita, toti, & inter se: Complementa quoque æqualia inter se. E. 24. p. 6. & 43. p. 1. R. 9 11. c. 10.

Similitudo hic parallelogrammi cum suis diagonalibus spectanda datur; æqualitas scil. angulorum, & per consc. proportio crurum, è communi affectione figurarum similium. Ut in *a e i o* parallelogrammo; cui diagonalia & particularia parallelogramma, *a u y s* & *y l i r*, similia similiterque sita sunt. Angulus enim ad *a* communis est; eíq; æqualis oppositus ad *y*,



per præced. 3. p. cui etiam per 9. p. 3. c. verticalis *l y r* æqualis; & huic *l i r* oppositus per præced. 3. æqualis. Cumque in *a o* & *u r* parallelas cadat *a i*.

erit

erit *auy*, per 10.p.3.c, æqualis *aei*: ita etiam *asy* æqualis est *aoi*. Diagonale igitur *asuy* simile est toti *aeio*.

2. Cum *lyr* verticalis *uys* sit æqualis, ut etiam *eao*, & ad *i* sit communis; item *yli* interior exteriori *aei* sibi oppositio per 10. p.3.c. æquetur, itemque *yri* æqualis *aoi*. Erit proin diagonale quoque alterum simili similiterque situm toti.

3. Cum ambo diagonalia uni & eidem sint similia; erunt itaque etiam inter se similia similiterque sita.

4. Et cum *aeio* parallelogrammum diametro *ei* in diametra, per 3. præced. secetur æqualia; etenus sic quoque bina complementa æquabuntur. Auser namque bis bina triangula æqualia à toto parallelogrammo; & relinques *soyr* & *ueyl* complementa inter se æqualia.

PROPOSITIO IX.

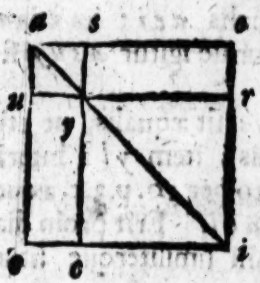
Parallelogrammum æquatur suis diagonalibus & complementis; partibus sc. totum constituentibus. R. 3. c.11. c.10.

Demonstr. est è consect. definitionis Parallelogrammi: ut in eadem patet figura.

PROPOSITIO X.

Parallelogramma æqualia, vel etiam similia, sunt reciprocè proportionalia cruribus æqualis anguli. Et contra. E.14,15.p.6,R.14.c.10.

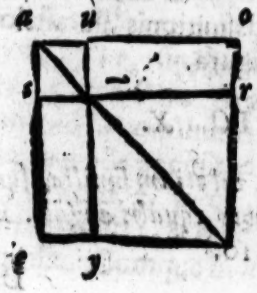
De-



Deducitur ex 24. p. 5. Ut, *o y* & *y e* parallelogrammorum, per præced. æqualium & æquiangulorum, latera reciproca quoque sunt proportionalia. Sicuti enim se habet *r y* ad *y u*, ita se habebit *c y* ad *y e*, sive, ut *u y* ad *y r*, sic *s y* ad *y c*. Eandem enim ad idem rationem habentia, inter se sunt æqualia vel similia; ac proin proportionalia: per ax. congr. & 7. p. 5. E. Sicut enim se habet *o y* ad *s u* parallelogrammum, ita *y e* ad *s u*, sunt enim parallelogramma æque alta, proindeque ut bases. Ut igitur *r y* ad *y u*, sic *c y* ad *y s*. Eadem namque semper est ratio totius ad totum, quæ partis ad partem, per 15. p. 5. E.

PROPOSITIO XI.

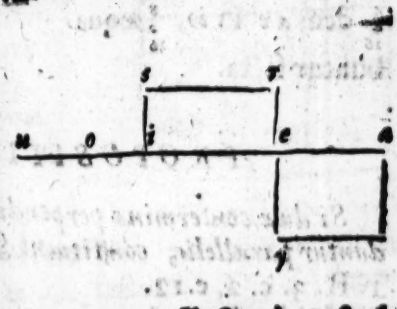
Si quatuor rectæ sunt proportionales, parallelogrammum rectangulum mediarum æquatur æquiangulo extremarum. Et contra. E. 16. p. 6. & 19. p. 7. R. 1. c. 14. c. 10. & 5. c. XI.



Fundamentum Aureæ regulæ Arith. delitescit hic.

Ut reciprocè primò ponatur *s l*, 2. partium; secundo *l r*, 4. part. tertio *u l*, 3. part. & quarto *l y*, 6. part. Ex ductu secundi termini in tertium, scil. 4. in 3. fiunt 12. Idem numerus fit ex ductu

ductu primi termini in quartum, ſc. 2. in 6. In numeris manifeſta eſt ratio. Si enim factus à mediis æquetur facto ab extremis, numeri ſunt proportionales; per 19. p. 7. E.



Ut hic, ſunt quatuor proportionales, *ae*, *ei*, *io*, *ou*. Eſto factum rectangulum *ay* ab extremis, æquum rectangulo *ei*, à mediis facto; ita ut *uo* ſit 4. *oi*, 2. *ie*, 6. & *ea*. 3. part. Factus à 2. & 6. nempe 12. æquabitur facto à 4. & 3. itidem 12.

Demonſtratio procedit è cõmuni proprietate baſium in figuris primis vel æque multiplicibus à primis, æque altis, & à proprietate ſimilium inter ſe. Eductu namque bis binarum linearum in ſe, fiunt rectangula parallelogramma duo æqualia vel ſimilia inter ſe, ac proinde proportionalia terminis reciproce ſumptis, per præced. qui termini et jam directim poſiti proportionales ſunt. E. 16. d. 5. & 13. p. 7. Facti proin eorum ab intermediis & ab extremis inter ſe æquantur.

PROPOSITIO XII.

Si tres rectæ ſint continuè proportionales, quadratum mediæ æquatur rectangulo extremarum. Et contra. E. 17. p. 6. & 20. p. 7. R. 2, c. 14. e. 10. & 4. & 12.

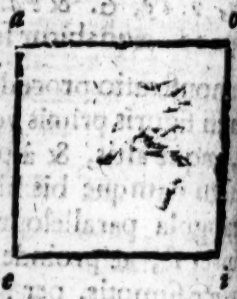
Ut

Ut hic, fit *a e*, 2. part. *e i*, 4. *i o* verò 8. si primò ducatur *e i* in seipsum, $\frac{8}{16}$ dein *a e* in *io*, $\frac{8}{16}$ æquabuntur facta.

PROPOSITIO XIII.

Si duæ conterminæ perpendiculares æquales claudantur parallelis, constituent Quadratum. E. 46. p. 1. R. 3. c. 2. c. 12.

Ut hic, in *a e i o*, perpendiculares *a e* & *e i* æquales, claudantur parallelis, *a o* contra *e i*, & *o i* contra *a e*; & constituent quadratum. Quadratus namque fit à numero sive termino in seipsum ducto.



Demonstr. è defin. Quadrati Consect. latera namque ejus sunt & parallela & perpendicularia: proin æquilatera & rectangula.

PROPOSITIO XIV.

Parallelogrammum rectangulum à duabus rectis factum, æquatur rectangulis, ex ipsius uno latere & reliqui segmentis, factis. E. 1, 2, 3. p. 2. R. 4. c. 11.

Multiplicationi Arith. inſervit. hoc.

Ut hic, rectangula quatuor particularia toti æquantur, quæ fiunt ex *a e* uno ipſius latere, & ſegmentis reliqui, *e i*, *i o*, *o u*, & *y u*. Cujus demonſtr. è congruentia eſt: quia totum partibus congruit. Eadem ratio in numeris eſt clarior, ex inductione partium. Ut *a e* ſit 4. & *e y* 8. part. quater octona ſunt 32. rectangulum ſcilicet à duabus *a e* & *e y*, factum. Quod ſi latus alterum, ſcilicet 8. partium, ſecetur in quatuor partes æquales; quarum quælibet ſit duarum partium de 8. partibus lateris *e y*: ſic bis quaterna faciunt 8. quæ quater repetita factum collectum iterum proferunt 32. Itaque ſi duorum numerorum alter in quotlibet partes ſecetur, factus à totis æquatur factis è toto in ſingulas partes: idem enim eſt, numerare per partes, & per totum.

PROPOSITIO XV.

Si latus trianguli ſubtendit rectum angulum, quadratum ſubtenſæ æquale erit quadratis crurum anguli recti: Et contra. E. 47, 48. p 1. & 31. p. 6. R. 5. c. 12.

Pythagoram Muſis hecatomben immolaſſe, pro hujus inventione refert Apollodorus apud Laërtium, lib. 8.

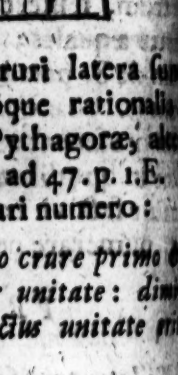
Aliquando rationale est hoc Theorema, numeroque explicabile; sed in triangulo vario tantum: ut hic vides.

Nam trianguli rectanguli æquiorum latera sunt irrationalia: varii autem quandoque rationalia: & quidem modo duplici: altero Pythagoræ, altero Platonis. Ut autor est Proclus, ad 47. p. 1. E.

Pythagorea ratio sic est, ex impari numero:

Si quadratus imparis numeri, pro crure primo & minimo dati anguli recti, minuatur unitate: dimidium reliqui, erit crus alterum; aucto unitate erit subtensa.

Ut in exemplo laterum, 3.4.5. Quadratus subtensæ est 25. æqualis quadratis 16. et 9. è cruribus 4. et 3. angulum rectum comprehendentibus. Itaq; sic 3. imparis, pro crure anguli recti primo dati, quadratus 9. minuatur unitate, & fiant 8. dimi-



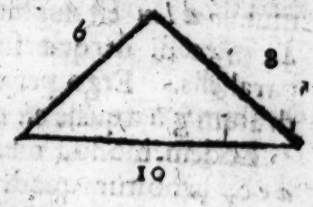
dius

ctus hujus reliqui, scil. 4. erit crus alterum, idemque ille dimidius, 4. unitate auctus, dat hypothenusam 5. partium.

Platonica vero ratio sic est, è numero pari:

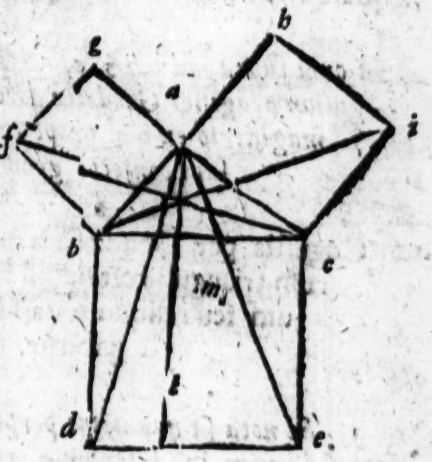
Si dimidius paris numeri, pro crure primo & minimo dati, quadretur: quadratus minutus unitate, erit crus alterum; auctus unitate, erit hypothenusa.

Ut in exemplo laterum, 6. 8. 10. hypothenusæ 10. quadratus 100. æquatur quadratis 36. & 64. è cruribus 6. & 8. Itaque si 3. paris numeri, pro crure primo dati, dimidius, 3. quadretur, & fiant 9. hic unitate minutus, erit crus alterum; 8. auctus unitate, erit hypothenusa, 10.



Demonstratio geometrica sic instituti potest.

Esto triangulum *a b c*, cujus angulus rectus sit *a*. Quadratum igitur lateris *b c*, æquale erit quadratis laterum *a b* & *a c* simul sumtis. Ducatur enim ex *a* linea *a l*, parallela ipsi *b d* et



c e: itidemque ex *a* in *d* & *e*, ducantur rectæ: atque ita ex *b* in *i*, & ex *c* in *f* rectæ. Hic quia primò parallelogrammum *g b*, & triangulum *b f c*, in eadem basi & iisdem parallelis sunt: erit parallelogrammum *g b* ad triangulum *b f c* duplum, per 4. præced. hujus cap. At *b f c* est æquale *b a d*, per 18. & 19. p. 5. c. quia *f b* et *b c* latera hujus, sunt æqualia *a b* et *b d* lateribus illius; constat enim uterque ex angulo recto, & angulo *a b c* communi. Ergo & parallelogrammum *g b* erit duplum ad triangulum *a b d*. Jam parallelogrammum *b d l m* est duplum ad idem triangulum, per 4. præced. ut quæ sunt in eadem basi iisdemque parallelis. Ergo per consect. 6. ax. congr. quadratum *g b* æquale est parallelogrammum *b d l m*.

Eodem modo, mediantibus triangulis *i b c* & *a e c*, probatur quadratum *h c* æquale parallelogrammo *c e l m*. Et inde totum quadratum *b c d* æquale erit binis *g b* & *h c* quadratis.

Et cum supra, ad p. 26. c. 5. Triangulum rectangulum Magister Geodosiæ dictum fuerit; illius magisterio ex hac prop. ista annecti possunt consect. geometrica.

Cognitis per Geodæsiam quantitatibus duorum trianguli rectanguli laterum, tertium seu reliquum ita facilè investigabitur.

1. *Si nota sit quantitas perpendicularis atque baseos (duorum sc. laterum angulum rectum comprehendentium*

bendium) utriusque lateris quadrata compone, & prodibit quadratum hypothenusæ.

2. Si nota sit perpendicularis & subtensæ; quadratum catheti seu perpendicularis à quadrato subtensæ subducito, & remanebit quadratum baseos.

3. Si nota fuerit subtensa & basis, similiter quadratum baseos à quadrato subtensæ aufer, & relinquetur quadratum perpendiculi.

Quod si postmodum quadrati hujusmodi inventi lateris quantitatem simplicem desideres; illius quadrati radicem extrahito, & prodibit quæsitum.

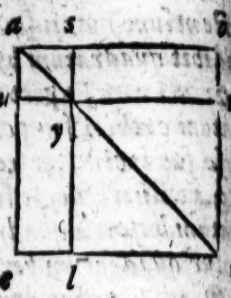
Ut in exemplo ante dicto, laterum 3,4,5. quadrata erunt, 9, 16, 25. Quod si per Geodæsiam cognitæ essent magnitudines catheti & baseos, utriusque quadratis junctis fierent 25. quadratum scil. hypothenusæ; cujus radix 5. esset quantitas hypothenusæ. Et sic de cæteris.

PROPOSITIO XVI.

Si recta linea est secta in duo quantacunque segmenta; quadratum totius æquatur quadratis segmentorum, & duplici rectangulo ab utroque segmento comprehenso. E.4.p.2. R.8.c.12.

Artificium habet theorema hoc analyseos Quadrati & cubi, sive extractionis radicis & lateris quadrati, in datis numeris rationalibus. Conse&. esse potest 9. præced. Quia parallelogrammum æquatur suis diagonalibus & complementis.

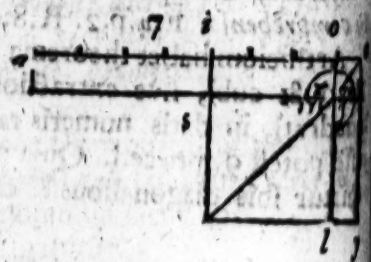
Ut in figura adjecta, *a y* & *y i* diagonalia sint quadrata segmentorum *a s* & *s o*; item complementa *o y* & *y e* rectangula sunt ex ducti æquali *a s* & *s o*. Sit exempli causa secta *a o*, 6. partium, in 2. & 4. Quadratum totius *a o*, scil. 6. sunt 36. & quadrata è 2. & 4. sunt 4. & 16. duoque rectangula ab utroque segmento facta sunt, 8. & 8. Additis nunc 4. 16. 8. 8. redditur totus 36. part.



PROPOSITIO XVII.

Si recta sit bisecta, secusque; oblongum in æqualium segmentorum, cum quadrato intersegmenti, æquatur quadrato bisegmenti. E. 5. p. 2. R. 6. c. 13.

Ut hic, recta *a e*, 8. partium, sit bisecta, in *a i*, 4. & *i e* 4. partes; secusque, in *a o*, 7. & *o e*, 1. partis. Oblongum ex 7. & 1. cum 9. quadrato intersegmenti *i o*, 3. partium, scil. 16. æquatur 16. quadrato bisegmenti *i e* 4. partium. Quod etiam geometrice patet in completo diagrammate. Nam *a s* parallelogrammum ipsi *i u* parallelogrammo, per 6. p. hujus cap. ipsi *o y*. Jam complementis æqualibus



qualibus commune est *o u*. Itaque si commune *s o* addatur utrique, oblongum *a r* æquabitur gnomoni *m n i*. Quadratum autem interſegmenti, est *s l*. Quare oblongum ſegmentorum inæqualium *a r*, cum quadrato interſegmenti *s l*, æquatur quadrato biſegmenti *i y*.

Atque hæc de ratione & comparatione Parallelogrammorum, inter ſe & cum triangulis, introductionis loco dicta ſufficiant.

Oſtende nunc etiam, qua ratione triangulata reliqua menſurari ſoleant?

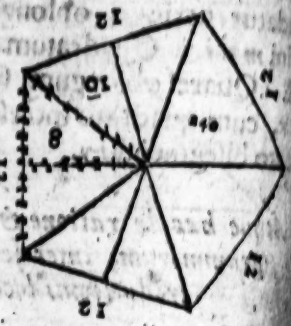
Triangulata quævis, tam Quadrangulæ, quam Multangula (ordinata quidem facilius, difficilius inordinata) è ſuis triangulis, ex quibus conſtant & in quæ reſolvi poſſunt, menſuram capiunt: ſuperficiaria, demenſione ſimplici; ſolida vero, duplici. R. 8, 9, 10. c. 14.

Cujus rei exempla require ſupra, fol. 35. b.

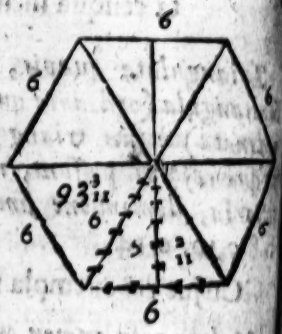
Multanguli tamen ordinati (Pentagoni ſc. Hexagoni, &c.) dimenſio, ſpeciali hoc theoremate perfici etiam poteſt:

Si fiat planum, è perpendiculari à centro in latus & dimidio perimetri; factus eſt area multanguli ordinati. R. 1. c. 19.

Ut in isto Pentagono, perpendicularis à centro in latus est 8. part. latera duo cum dimidio faciunt dimidium perimetri, 30. part. Factus ergo ab 8. & 30. sunt 240. area pentagoni ordinati.



Ita etiam in Hexagono, perpendicularis à centro in latus est $5\frac{2}{11}$ p. dimidium perimetri ex tribus lateribus 18. Factus à $5\frac{2}{11}$ & 18. sunt $93\frac{3}{11}$ area hexagoni. Et sic in cæteris.



Hactenus igitur fuerit Geometria figurarum rectilinearum.

CAP.

CAPUT VII.

De Geometria Rotundi.

Expositâ rectilineorum geometriâ: quid porrò in curvilineis potissimum spectandum proponis?

INter *figuras obliquilineas seu curvas præcipuus est Circulus: cum sit planorum ordinatissimus*; ex defin. Circuli & figurarum ordinatarum: *ideoque figurarum isoperimetrarum heterogenearum maximus.* ex ratione propria isoperimetrarum. R. 6. c. 2. c. 19.

Circulorum igitur geometria, in lineis adscriptis, secantibus, tangentibus, & segmentis, est per sequentia Theoremata.

PROPOSITIO I.

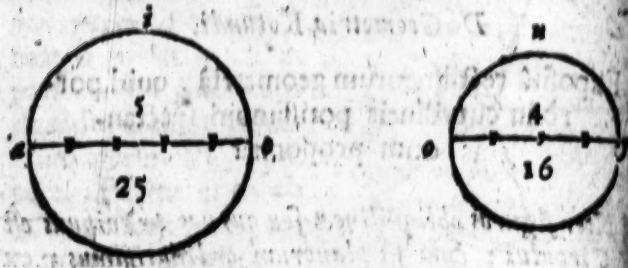
Circuli sunt inter se, ut à diametris quadrata: Diametri autem sunt ad invicem, ut peripheriæ. E. 2. p. 12. R. 2. c. 15.

Inscriptarum secantium in Circulis coryphæa est Diameter: ostendit namque inventionem centri: genesin item & rationem omnium reliquarum inscriptarum.

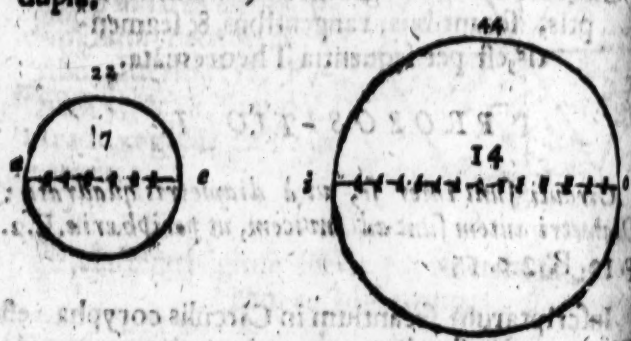
Ut hic, 1. Sunt circuli plana inter se similia, quorum quasi latera homologa sunt diametri: ideoque inter se comparati, sunt ut quadrata ad invicem ex diametris fact i. Circulus proinde *a e i*

ad

ad circulum o u y est, ut 25. ad 16. quadratâ à diametris 5. & 4.



2. Unde pendet diametrorum inter se ratio. Ut igitur peripheria a e est ad peripheriam i o; sic diameter a e ad diametrum i o, in ratione videl. subduplâ.



PROPOSITIO II.

De genesi Diametri, & inventione Centri.

Si inscripta recte bisecat inscriptam, est Diameter circuli: ejusque medium est centrum. E. 1. p. 3. R. 6. c. 15.

Esto

sito inscripta *a e*, & hanc per 2. & 6. p. 2. c. ad angulos rectos bisecet inscripta *i o u* in *o*. Dico bisecantem esse diametrum; ejusq; medium, per 2. p. 2. c. ito *y*, esse circuli centrum. Causa est è defin. centri & diametri figuratum. Euclydes per impossibile sic cogit. Si *y* non sit centrum, sed *s* punctum, tum pars æquabitur toti. Ducantur enim lineæ *s a*, *s o*, *s e*; sic triangulum *a o s* æquilaterum erit *s o*: æquantur enim *a o* & *e o* ex thesi; item *s a* & *s e* radii ejusdem circuli, & communis est. Itaque anguli deinceps ad *o*, per 18. & 19. p. 5. c. æquales sunt; & per 7. p. 3. c. uterque rectus: Igitur rectus *s o e* æquales ex thesi recto *y o e*, pars toti: quod est absurdum.

PROPOSITIO III.

Si duæ rectæ duas inscriptas non parallelas rectè bisecent; concursus bisecantium erit centrum circuli. E. 25. p. 3. R. 1. c. 6. c. 15.

Ut hic, *a e* & *i o* bisecant rectas *u y* & *y s*;

Demonstr. ex confect. def. diametri: Centrum est in concursu diametrorum.

Atque

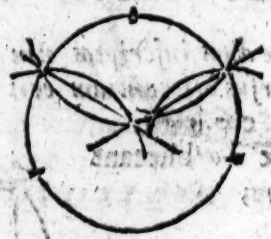
Atque hinc peripheriam describere licet per tria puncta, in rectam noncadentia, E. 5. p. 4. R. 2. c. 6. c. 15.

Hoc duplici modo fieri potest:

Vel, ab uno puncto ad alterum rectam ducendo, quæ una cum altera, ex binis item punctis ductâ, bifecta concurrat.

Ut hic per puncta *a e i*

Vel, inter bina puncta binas peripherias se invicem secantes ducendo, per quarum concursus rectæ eductæ & se mutuo secantes centrum exhibeant.



PROPOSITIO IV.

Si diameter bisecat adiametrum, recte secat. E. contra. E. 3. p. 3. R. 7. c. 15.

Consect.

Conſect. eſt præced. 1. Ut, Diameter *a e* bi-ſecat adiametrum *i o* in *y*. Sint enim radii *u i* & *u o*: eruntque per 18. & 19. p. 5. c. triangula æquiangula: & per 7. p. 1. c. anguli ad *y* deinceps poſiti recti: quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO V.

Si adiametri interſecantur, ſegmenta ſunt inæqualia. E. 4. p. 3. R. 8. c. 15.

Conſect. eſt è defin. circuli conſectario. Nam ſi inſcriptæ eſſent biſectæ, aut eſſent diametri, aut alterutra per centrum ageretur: quod eſt contra theſin.

PROPOSITIO VI.

Si inſcriptæ ſunt æquales, æquidiſtant à centro. Et contra. E. 14. p. 3. R. 11. c. 15.

Ut

Ut hic patet in lineis *a e* & *i o*, in quas ex centro *u* perpendiculares *u y* & *u s* ductæ, sunt æquales; inscriptasque bisecant; per. 4. præced. Cum igitur *u a* & *u i* sint æquales radii, & rectorum angulorum subtensæ; eorum proin quadrata erunt æqualia; & quodlibet eorum æquabitur quadratis ab *a y* & *y u*, item *i s* & *s u*, factis. Quadratorum autem æqualium æqualia sunt latera. Ergo *u y* æquabitur *u s*: totaque *a e* & *i o* æqualiter distant à centro.

PROPOSITIO VII.

Inscriptarum inæqualium, diameter est maxima: diametro propior: major remotiore: remotissima, minima: minimæ propior, minor remotiore: & binæ utrinque à diametro solæ æquantur. E. 15. p. 3. R. 17. c. 15.

Diameter norma est hujus universæ æqualitatis & inæqualitatis: Omnes enim quinque partes theorematis patent ex eodem illo æqualitatis argumento, hoc est, centro, decrescendi principio, & crescendi fine. Nam quo magis à centro recedit, aut ad centrum accedit, tanto minor aut major efficitur inscripta.

Euclidis

Euclidis demonstratio est
triangula, de duobus
ribus maioribus reli-
, deque maiore angulo.
ars patet: quia diameter
æquatur radiis *i l* & *o l*,
ioribus quam *i o*, per 1. p.
c.

2. pars, de propiore, patet per conuers. 20. p. 5.

3. quia triangulum *i o l*, triangulo *u l y* æquicrurum maius est angulo (est enim continens contenti) ergo & basi.

3. & 4. pars sunt Consect. primæ.

5. patet per 2. Nam si præter *i o* & *s r* statuatur æqualis tertia, erit eadem etiam inæqualis: quia diametro propior & remotior.

PROPOSITIO VIII.

Si à diametri puncto, non existente centro, rectæ quædam lineæ in peripheriam cadant; quæ per centrum, est maxima: propiorque maximæ, est major remotiore: reliquæ maximæ, minimæ: minimæq; propior, minor remotiore: & binæ utrinque à maximâ vel minimâ solæ æquantur. E. 7. p. 3. R. 13. e. 15.

1. pars, de *a e* & *a i*, patet, ut antea, per 1. p. 5. cap.

2. de *a i* & *a o*, item *a o* & *a u*, per conuers. 20. p. 5. cap.

2. Quod

3. Quod *a y* minor quam *a u*: quia *s y*, æqualis ipsi *s u*: minor est rectis *s a* & *a u*, per 1. p. 5. c. sublato igitur communi *s a*, relinquetur *a y* minor quam *a u*.

4. pars est 3. consect.

5. sic patet. Esto *s r*, æquans angulum *a s r* angulo *a s u*: bases *a u* & *a r* æquabuntur, per 19. p. 5. c. His si tertia ponatur æqualis, ut *a l*, sequetur per 18. p. 5. c. angulum totum *l s a*, particulari *r s a* æquari.

Atque è quinta hac parte consectarium est:

Si punctum in circulo est terminus trium rectarum in peripheriam æqualium, est centrum circuli. E. 9. p. 3. R. c. 13. c. 15.

Alioqui non tantum duæ ex puncto non centro utrinque æquarentur.

PROPOSITIO IX.

Rectarum à dato extra punctum in concauum peripheriæ cadentium; quæ per centrum ducitur, est maxima: propior maximæ, maior remotiore. In conuexum verò cadentium, segmentum maximæ est minima: minimæque propior, minor remotiore: tangens, est maximæ: & binæ vtrinque à maxima vel minima solæ æquantur. E. 8. p. 3. R. 14. c. 15.

Ut, è puncto *a*, cadant *a e*, *a i*, *a o*, *a u*, *a y*.

Demonstratio simillima præcedentibus. In triangulo namque *a s i*, duo latera *a s* & *s i*, sunt majora tertio *a i* latere: *a s* autem & *s i* æquantur *a e* toti, ut supra. Et sic *a i* major erit ea ratione majorum angulorum & respondentium basium.

Sic, in *a d c* triangulo, latera *a d* & *d s*, majora sunt *a s* latere tertio. Auser nunc *d s* & *f s* portiones æquales, radios videl. circuli; tunc *d a* tanquam portio excedens, superabit portionem *a f* reliquam totius trianguli. Et sic consequenter de reliquis judicandum.

PROPOSITIO X.

De ratione Tangentium.

Si recta est perpendicularis extremæ diametro, tangit peripheriam. Et contra. E. 6. p. 3. R. 15. e. 15.

Ex perpendiculi definitione hoc sequitur: nam si magis tangens inclinaret, secaret; nec esset perpendicularis.

Euclides ita cogit. Si recta *a e* perpendicularis extremæ diametro non ſolum tangeret, ſed caderet intra circulum, eumque ſecaret, ut *o a*: tum utraque ex theſi perpendicularis extremæ diametro angulos rectos facerent & æquales; ſicque pars æquaretur toti, *i a o* ipſi *i a e*.

Conſectaria ſex profluunt ex hoc Theoremate:

1. *Si recta eſt per centrum & contactum, eſt perpendicularis tangenti.* E.18.p.3. R.1. c.15.c.15.

2. *Si eſt perpendicularis tangenti, eſt per centrum & contactum.* E.19.p.3.R.2.c. 15.c.15.

3. *Punctum contactus eſt, quo è centro perpendicularis tangenti incidit.* R.3.c.15.c.15.

4. *Tangens eſt ſingularis in eadem parte peripheriæ.* R.4. c.15.c.15.

5. *Angulus contactus eſt minor quovis acuto rectilineo: reliquum major,* E.16.p.3.R.5.c.15.c.15.

6. *Anguli contactus in æqualibus peripheriis ſunt æquales.*

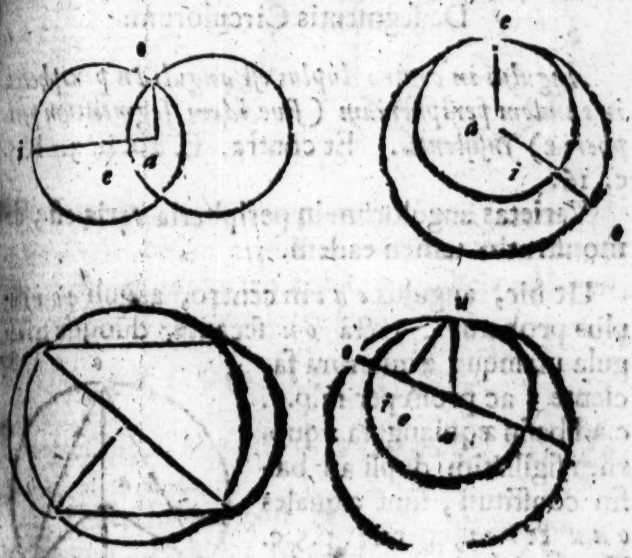
PROPOSITIO XI.

Si peripheriæ ſunt interſectæ vel contiguæ, ſunt eccentricæ. Illæque duobus tantum punctis interſecantur; hæ diametros per contactum continuant. E.5.p. 10,11,12.p.3.R.18.c.15.

Veritas

Veritas per se est manifesta: Demonstrationes tamen sunt faciles per impossibile.

1. & 2. Pars patet: quia alioqui pars æquaretur toti. Ut, si *a* centrum sit commune duarum



intersectarum; radii *a o*, *a e* & *a i*, æquabuntur. Sic etiam in tangentibus, si *a* commune centrum; radii *a e*, *a i*, & *a o* erunt æquales.

3. Pars patet è prima: quia secus intersectæ essent concentricæ.

4. Etiam patet: quia pars esset major toto. Esto namque per centra *a* & *e* recta *a e i o*. Hic trianguli *u e a* duo latera, *u e* & *e a*, per 1. p. 5. c. sunt majora quam *u a*; ideoque etiam quam *a o*. Sublato nunc *a e*, reliquum *u e* majus erit quam *i o*; cum tamen æquetur *e i* & *e u* ex thesi. Quare

e i majus est quam *e o*, pars toto; quod est absurdum.

PROPOSITIO XII.

De segmentis Circulorum.

Angulus in centro duplus est anguli in peripheria, in eandem peripheriam (sive idem segmentum peripheriæ) insistentis. Et contra. E. 20. p. 3. R. 5. c. 16.

Varietas angulorum in peripheria varia est; demonstratio tamen eadem.

Ut hic, angulus *e a i* in centro, anguli *e o i* duplus probatur: rectâ *o u* secante, duoque triangula utrinque æquicrura faciente; ac proin per 13. p. 5. c. ad basin æquiangula: quorum sigillatim dupli ad basin constituti, sunt æquales *e a u* & *i a u*, per 11. p. 5. c. Totus igitur *e a i* duplus est *e o i*, ex *e o a* & *i o a* constantis.

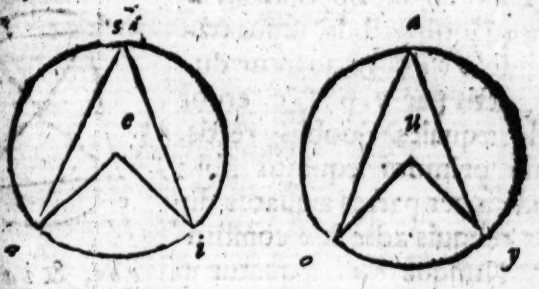
PROPOSITIO XIII.

Anguli in centro peripheriave circulorum æqualium, sunt ut peripheria in quas insistunt. Et contra. E. 26. 27. p. 3. & 33. p. 6. R. 6. c. 16.

Demonstrationem præcedens suppeditat.

Si peripheriæ, in quas insistunt, sunt æquales, cum per se constat consequutionis ratio: ut hic,

Sin



Sin vero sint inæquales, verbi causâ una ad alteram dupla; tunc anguli quoque sic erunt: per 11. congr. Æqualia seu æquè multiplicia ad idem, proportionem eandem inter se obtinent.

PROPOSITIO XIV.

Anguli in eadem sectione sunt æquales. E.21,26. 27.p.3. R.11.e.16.

Ut, sectio sit *e a u o*; & in *e* anguli ad *a* & *u*: hi æquantur. Quia per 12. præced. sunt dimidii ad angulum in centro *e y o*. Vel æquantur etiam per præced. quia insistunt in eandem peripheriam.

PROPOSITIO XV.

Anguli in oppositis sectionibus æquantur duobus rectis. E.22,p.3. R.12.e.16.

Si enim anguli oppositi ad *a* & *i* æquantur tribus unius trianguli, sc. *e o i* qui æquantur duobus rectis per 7. p. 5. c. erunt & illi æquales duobus rectis. Nam *i* primum æquatur sibi; deinde *a* per partes æquatur duobus reliquis ad *e* & *o* constitutis. Itmque *e a i* æquatur ipsi *e o i*, & *i a o* ipsi *o e i*, per præcedentem.

PROPOSITIO XVI.

Angulus in semicirculo rectus est: semicirculi vero, minor recto rectilineo; sed major quovis acuto. In majore autem sectione, est minor recto: majoris sectionis, recto major. In minore sectione, major est recto: minoris vero sectionis, minor est. E. 16. & 31. p. 3. R. 18. e. 16.

Septem sunt partes hujus propositionis.

1. Pars, quod angulus in semicirculo sit rectus. Ut in *a e i*: nam si radius ducatur *o e*, dividetur angulus *a e i* in duos angulos, *a e o* & *o e i*, æqualis angulis *e a o* & *e i o* per 13. p. 5. c. sunt enim triangula æquicrura. Itaque cum totus *a e i* sit æqualis reliquis ad *a* & *i* constitutis erit rectus, per 10. p. 5. c.

2. Quod angulus semicirculi, qui à recta *a i* & peripheria *i e* terminatur (cornicularis dictus) sit minor recto; patet ex eo, quia pars est recti *a i* rectilinei.

3. Quod

3. Quod si major quovis acuto, patet ex *i u* tangente perpendiculari, diametro singulari, per 16. p. præced.

4. Quod *a i e* angulus in majore sectione (quam sit semicirculus *i e*) minor sit recto, arguit pars prima: quia angulus a rectus est; reliqui *a i e* & *a e i* uni recto æquantur.

5. Quod angulus cornicularis *e a i* major sit recto, arguit quoque pars prima; rectus enim rectilineus *a*, qui continetur in illo.

6. Angulus *a o e* in minore sectione, est major recto, per 15. p. præced. quia qui in opposita sectione ad *i*, est minor recto.

7. Angulus *e a o* est minor recto: quia pars recti foret, nempe exterioris, si producitur *i a*.

PROPOSITIO XVII.

Si duæ inscriptæ quomodolibet intersecantur, rectangulum è segmentis unius, æquatur rectangulo è segmentis reliquæ. E. 35. p. 3. R. 9. e. 15.

Si interſectæ ſunt diametri, patet proportio ; ut in priore figura. Nam rectangulum è ſegmentis unius, æquatur rectangulo è ſegmentis reliquæ; cum ſint ambo quadrata laterum æqualium.

Si non ſint diametri, ut in poſteriore figura *a i* & *e o*; tamen rectangulum quod continetur à ſegmentis *a i*, æquale eſt ei quod continetur ſub *e* & *o*. Ductis enim *a e* & *o i* rectis, *a o* item & *e i* rectis: fient triangula ſimilia ſeu æquiangula, & proin proportionalia cruribus homologis, per 24. p. 5. c. & 10. p. 6. c. Anguli enim ad *u* verticales inter ſe æquantur, per 9. p. 3. c. Anguli dein *e a i* & *i o e* æquales ſunt per 14. p. & ita conſequenter per eandem reliquus, reliquo æquabitur. Latera igitur æquales angulos ſubtendentia ſunt proportionalia; per proprietatem figurarum ſimilium, & 24. p. 5. c. Itaque per 11. p. 6. c. factus quoque ab *e u* & *u i*, quaſi terminis intermediis; æquabitur facto ab *a u* & *u i*, tanquam ab extremis.

PROPOSITIO XVIII.

De Aſcriptione figurarum rectilinearum circulis.

Si

Si duæ rectæ bisecent duos angulos dati rectilinei; circulus radii ab earum concursu in latus perpendicularis, inscribetur dato rectilineo: sin rectæ bisecent duo latera dati rectilinei, circulus radii ab earum concursu in angulum circumscribetur dato rectilineo. E. 4. 5. 8. p. 4. R. 4. 5. c. 17.

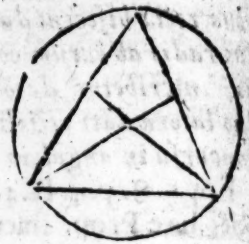
Habet hæc Prop. Inscriptionem & Circumscriptionem dato rectilineo.

Ut in triangulo *a e i*, rectæ *a o* & *e u* bisecant angulos *a* & *e*; & à bisecantium concursu sunt perpendiculares *y o*, *y u*, & *y s*. Centro igitur *y* posito, radiis *y o*, *y u*, & *y s*, describetur Circulus inscriptus triangulo. Bisecantes namque cum perpendicularibus facient triangula æquilatera; ideoque tres perpendiculares, quæ sunt bases triangulorum æquilaterorum, sunt quoque æquales. Idem judicium est de triangulato parallelogrammo.

Quod si è concursu bisecantium latera radius sit in angulum dati rectilinei, tunc circulum dato rectilineo circumscribes. Ratio eadem est quæ ante: tres enim radii æquales, & concursus est centrum:

Ut

Ut hic vides:



PROPÓSITIO XIX.

Si diametri recte interſecantur, ſubtenſa recto erit latus quadrati. E.6.p.4.R.2.c.18.

Ut hic. Crura namque anguli erunt radii, quorum diametri connexæ facient quatuor triangula rectangula æqualia cruribus, & proin baſibus. Idcoque quadratum aſſcribent.

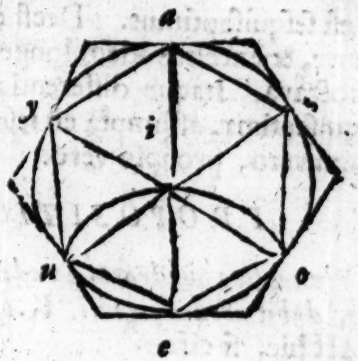
PROPOSITIO XX.

Radius circuli eſt latus inſcripti ſexanguli. E.15. p.4. R.6.c.18.

Sexangulum inſcribitur per triangulum æquilaterum inſcriptum, biſectis tribus angulis. Sed brevius inſcribitur per radium ſexies deinceps inſcriptum. Ut hic:

Ductis

Ductis namq; [illegible]us diametris, [illegible], *oy* & *us*, fi[illegible] triangula sex [illegible]pleura & æqua[illegible].



Geometria partium circuli satis pro instituto videtur explicata: tandem etiam de totius Circuli mensura aliquid dicito?

Ea prodit ex geodæsia Multanguli ordinati: inde namque est dimensio Circuli, τετραγανισμὸν seu Quadratura circuli vulgo dicta. Cujus totius quæstionis solutio est è ratione diametri & peripheriæ, in sequenti Theoremate.

PROPOSITIO XVII.

Peripheria circuli est tripla diametri, & ferè sesquiseptima. R. 2. e. 19.

Quod enim tripla sit, sex radii sive tres diametri indicant, quibus peripheria circumscribitur, per præcæd. Et quia peripheria est continens, major est triplo: sed excessus non pla-

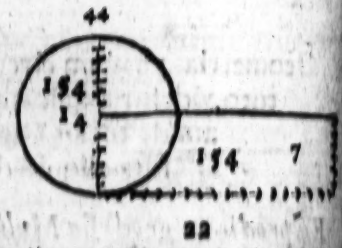
en

ne est sesquiseptimus. Deest enim unitas unius septimæ, & excessus idem longe major est quam sesquioctava. Itaque differentia quia victrior erat sesquiseptimæ, assumpta est sesquiseptima: propinquum vero, pro ipso vero.

PROPOSITIO XXII.

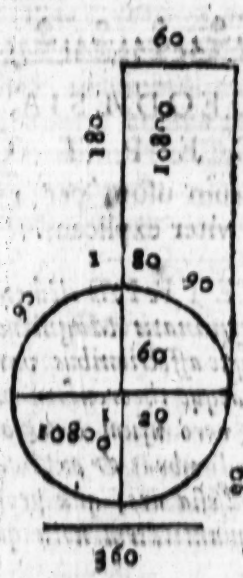
Planus sive quadratus è radio & peripheriæ dimidio, dabit aream circuli. R.1.c.2.c.19.

Ut hic, si circuli diameter sit 14. parradius ejus erit 7. part. & inde peripheriæ dimidium ferè 22. quæ per 7. multiplicata, faciunt 154. aream circuli. Tripla namque 14. prodeunt 42. quibus adjice partem sesquiseptimam, scil. duo, prodeunt 44. hujus dimidium sunt 22. Radius sive semidiameter 7. si in 22. ducatur, prodit planum oblongum, cujus area est 154. part. æqualis aream Circuli. Porrò binorum duntaxat, diametri sc. & peripheriæ, dimidia assumuntur, à quibus comprehenditur oblongum: quia in diametro duo latera opposita minora, in perimetro duo reliqua opposita majora rectanguli continentur.



Ita Circulos cœlestes, per semidiametros sive radios, 60. gradibus constantes, mensurare solent Astronomi. Ut hic videre licet:

Atque



Atque ista hactenus de Geometria Lineari, & Li-mentari, in Plano rectilineo & rotundo dictæ ficiant: quorum rationes & affectiones analo-quadam in Solidorum Geodætiam dimensione sequente deinceps haud difficulter introducentur.

GEO-

GEODÆSIA,
PRÆCEPTORUM
Geometricorum usum per radium breviter explicans.

GEOMETRIÆ *elementa* ἐξ ἀκριβοῦς *in determinatis Magnitudinis speciebus, earumque affectionibus variis, per definitiones atque theoremata proposita cognoscuntur: illorum vero usum* ἀπαρεθμήτως *in certa materia subjecta adumbrat & explicat Geodæsia.*

Est autem Geodæsia ars, quæ propositæ magnitudinis materiatæ quantitatem nota quædam mensura invenit.

In Geodæsia igitur duo veniunt consideranda: Materia subjecta, quæ mensuranda proponitur, & causa instrumentalis, per quam mensuratur.

De Subjecto Geodæsiæ.

Materia subjecta consideratur, secundum illius tum Genera, tum Adjuncta.

Per genera Magnitudinis intelligitur: num proponatur mensuranda Linea, an Lineamentum; Atque hoc, num Angulus, aut Figura? Et si Figura, num Plana, vel Solida? Et Plana, utrum Rectilinea, num Triangulum, aut Triangulatum. Et sic consequenter. Est enim Axioma Geodæticum hujusmodi,

Omnis

Omnis magnitudo cognomine mensuræ genere men-
surur.

Sic Lineæ lineis mensurantur: verbi gratiâ, si concreto quæratur, quanta sit longitudo Pontis Rheni, id explorabitur per lineam rectam, quæ æquet longitudinem pontis. Superficies vero superficiebus: ut est Pes quadratus, Jugerum, &c. Solida Solidis: ut in nostro usu sunt Dolia, Modii, &c.

Cognito Magnitudinis genere, considerandæ ulteriùs venit illius affectio: sit ne videl. Linea mensuranda recta vel obliqua? Ex Lineamentis autem, quæ Figura proposita Ordinata, an Inordinata, &c. ut detur Triangulum, respondeatne Orthogonio, Amblygonio, an Oxygonio? &c. Neque enim uno eodemque modo quorumlibet Geodæsia instituetur: uti monebunt hujus rei canones.

De Causa Instrumentali.

Hic primum Instrumenta ipsa; deinde illorum usum seu rationem utendi proponemus.

Instrumenta geodætica sunt certa ac nota quædam mensuræ.

Mensura autem est instrumentum, seu medium & adminiculum, cujus beneficio ignota alicujus magnitudinis quantitas innotescit.

Porrò, Instrumenta mensoria sunt duplicia: Naturalia, & Artificialia.

Naturalia dicimus, quæ natura ipsa in nobis produxit: ac proin cognitu facilia, & cuivis fere obvia esse possunt.

Suntque

Suntque rursum, aut Minora, aut Majora.

Instrumenta mensoria minora illa vocantur, quæ perfecti humani corporis staturam non superant, atque ab ejus partibus inprimis sunt petita: ut sunt, Digitus, Palmus, Pes, &c.

Majora sunt, quæ ex minoribus hisce componuntur, & staturam hominis superant: ut, Pertica mensoria, Stadia Milliaria, &c.

Tabella

Tabella mensurarum naturalium Geodæticarum, & fractionum illarum.

Granum	Digitus	Uncia	Palmus.	Spithama	Pes	Cubitus	Gressus.	Passus	Orgya	Pertica.
Grana	4.	$5\frac{1}{15}$	16.	48.	64.	96.	160.	320.	384.	640.
	Digiti	$1\frac{1}{3}$	4.	12.	16.	24.	40.	80.	96.	160.
		Unciæ	3.	9.	12.	18.	30.	60.	72.	120.
			Palmi.	3.	4.	6.	10.	20.	24.	40.
				Spithamæ	$1\frac{1}{3}$.	2.	$\frac{1}{3}$.	$6\frac{2}{3}$	8.	$13\frac{1}{3}$
					Pedes.	$1\frac{1}{2}$.	$2\frac{1}{2}$	5.	6.	10. alias 12 vel 16
						Cubiti.	$1\frac{2}{3}$.	$3\frac{1}{3}$.	4.	$6\frac{2}{3}$.
							Gressus	2.	$2\frac{2}{5}$.	4.
								Passus	$1\frac{1}{5}$.	2.
									Orgyæ	$1\frac{2}{5}$.

Instrumenta Minora.

1. Granum hordeaceum principium mensu ponitur.

2. Digitus, latitudine quatuor granorum hordeaceorum.

3. Uncia seu Pollex: $1\frac{1}{2}$. digiti.

4. Palmus minor: mensura 4. digitorum.

5. Spithama seu Palmus major: habet palmos minores tres, ac proinde digitos 12.

6. Pes: continet palmos minores 4. digitos, pollices sive uncias 12.

7. Cubitus seu Ulna: complectitur sesquipedem, sive 24. digitos, sive palmos 6.

8. Gressus: mensura duûm pedum cum semi.

9. Passus: est gressus duplicatus, continens pedes geodæticos. 5.

10. Orgya: continens cubitos 4. seu pedes 6.

Majora.

11. Pertica sive Virga: quæ fuit apud Romanos pedum 10. apud nos solent eam facere 16. pedum alibi aliter.

12. Stadium: mensura 125. passuum, hoc est 625. pedum.

13. Milliare, & quidem nostrum; est passuum 5000. duarum horarum iter.

14. Maxima denique mensura est, quæ habetur in semidiametro Terræ.

Atqui mensuræ istæ usurpantur, vel simplices vel Copulatæ.

Sim

Simpliciter quidem, quando ſolam longitudinem notant: atque idcirco earum uſus eſt tantum in mensurandis lineis. Ut in menſurandis rerum diſtantiis: idque vel ſurſum, vel deorſum, vel antrorſum aut tranſverſim collimando: altitudinibus item & profunditatibus, radiis cum directis, tum tranſverſis accommodatis. Et notantur ita communiter lineolâ rectâ — aut ſic;

L

Copulatæ vero menſuræ, ex multiplicatione proueniunt. Ac tum notant, vel Superficies vel Solida.

Superficies notant menſuræ, quæ ex unica multiplicatione producuntur; quibuſque ſuperficies menſurari ſolent. Ut Actus, Jugerum, &c.

Quæ autem Solida notant menſuræ, è duplici multiplicatione prodeunt, illarumque uſus eſt in menſuranda corporum craſſitie & profunditate. Hinc ſolidæ menſuræ dicuntur. §. Ut exempli gratia, ſi nomines Pedem unum: vel denotas ſolam longitudinem, & dicitur Pes ſimplex, qui notatur ſic — vel

L

Vel ſuperficiem notas, & dicitur Pes quadratus, ex una ſcil. multiplicatione numeri in ſeipſum factus; ut ſi pes ſimplex ſit 4. quadratus erit 16. notari poteſt ita:

Vel denique ſolidum notas, latitudinem ſimul & profunditatem: & Pes corporeus ſive ſolidus vocatur, ex duplici multiplicatione numeri alicujus proveniens; ut quadratus pes ſi ſit 16. ſolidus erit 64.

Nam $\frac{1}{4}$. | 16. faciunt: $\frac{16}{4}$ | 64.

Et quilibet hujuſmodi Pes menſurandis magnitudinibus homogeneis convenit.

Quod ſi etiam ſumantur menſuræ pro ſuperficiebus tum rurſum ſunt duplices: aut enim ſumuntur pro Quadrato: aut pro Oblongo. Tottuplex namque eſt Parallelogrammum rectàngulum.

Pro Quadrato ſumitur menſura, quæ in ſeipſam ducitur ſeu multiplicatur. Ut ſi pedem in pedem multiplices, producetur. Pes quadratus.

Pro Oblongo autem, quando minor menſura ducitur in majorem. ſeu: Quando è menſuris inter multiplicandis altera, eſt alterius pars; tunc facta ex multiplicatione eſt Oblongum. Ut, ſi duos pedes ducas in tres; aut ſi quinque pedes ducas in Perticam, fiet inde Oblongum.

Eſt namque Axioma Geodæticum generale:

Quælibet menſura in cognominem menſuram multiplicata, ejuſdem nominis Quadratum parit: multiplicata autem per heterogeneam, gignit Oblongum à majore menſura denominatum.

De Inſtrumentis menſoriis Artificialibus.

Uſu ſæpe venit, ut inſtrumenta naturalia, quidem non haberi; ſed in menſurando adhiberi commode non poſſint: Ut, ſi à termino quopiam mutato longitudo viæ ad turrim aliquam menſuranda detur; acceſſus autem, vel ob interjectam aquam vel ob circumcingentem foſſam, inſtrumento naturali ſit præclusus. *Huic proin rei quoque re-*

dim-

...um industrium valde excogitavere Artifices; & ... quædam Instrumenta (quæ naturalium loco, ut ... iis analogia certa respondentia, assumi possint) ...ficio logistico, è solius Trianguli orthogonii na... tanquam Magistri geodætici, deduxere.

Horum autem instrumentorum licet sint varia; ...cipua tamen sunt, Radius, Quadrans & Qua... geometricus.

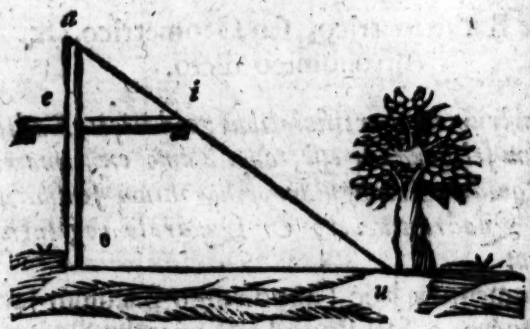
De Radio metrico, seu Geometrico, & Astronomico dicto.

Ex instrumentis artificialibus geodæticis, Radium ...icum seligendum esse, cum Ramo existimamus. ...ic si quidem Triangulum orthogonium sensibiliter ...: Quadranti vero & Quadrato cogitatione ...axat.

Instrumentum hoc (quod vulgo Baculum Jaco... vocant: forte quod à Patriarcha illo inven... vel ab ejus temporibus antiquissimus hujus ... fuerit) omnium reliquorum geodæticorum ...mentorum commodissimum est, ad Geodæ... tum rectarum linearum, tum planorum & so... rum: Uti Ramus evidenter monstrat l. 9. 12. ...15. 19. & 20. Et nos in Epitome nostra Geo... rica, part. 2. cap. 5. prop. 26. & 27.

Est autem Radius instrumentum mensorium, cru... inter se inæqualium perpendicularium: quorum ... metiendæ magnitudini rectum, reliquum ve... parallelum esse convenit.

Sic enim fient triangula similia, & inter se pro portionalia, per 4. 5. 6. p. 6. Eucl. & 26. p. cap. 2. part. supr. in Geometriæ elementis nostr Ut hic, crura inter se inæqualia vides Radii; quo rum *a o* est perpendicularis *e i*, & *e i* vicissim *a o*. Ita & *a o* crus rectum seu perpendiculare mensurandæ longitudini *o u*, *e i* autem paralleli



Crura Radii sunt: Index, & Transversarium.

Index est Radii crus majus, à cujus termino vi plerunque excurrit: quantitate sua duplus sesqui cimus Trnnsversarii.

Transversarium autem est crus minus Radii p cujus terminum visus plerunque transit; per Indic volubile, modo sublimius, modo humilius, modo ejus in transversum.

Indi

Index.

Transversarium.

Radius itaque fabricantur ex duabus æqualis crassitiei regulis quadrilateris, cujuscunque materiæ idoneæ; quarum unius longitudo sit dupla sesquidecima ad longitudinem alterius, hoc est, si unius longitudo sit 10. part. alterius sit 20. &c. si igitur, ut plerumque fit, Transversarii longitudo sit 1000. part.

Index constituetur 2100. part. Ad usum communem, Transversarium 18. unciarum, seu sesquipedale assumi potest: Index inde 36. unciarum sive 3. pedum. In Transversario relinquantur unc. 2. vel 3. pro manubrio, reliqua dein portio dividatur in 100. partes æquales (quæ, si opus sit, facili negotio pro 1000. cogitatione concipi possunt) numerisque distinguatur de 10. in 10. Atque ita etiam Index in 210. partes. Quod si portio aliqua Indicis post distributionem residua sit, non amputetur, sed reservetur; ut, si opus sit, mensura Indicis tripedalis, &c. exacte per Indicem habeatur.

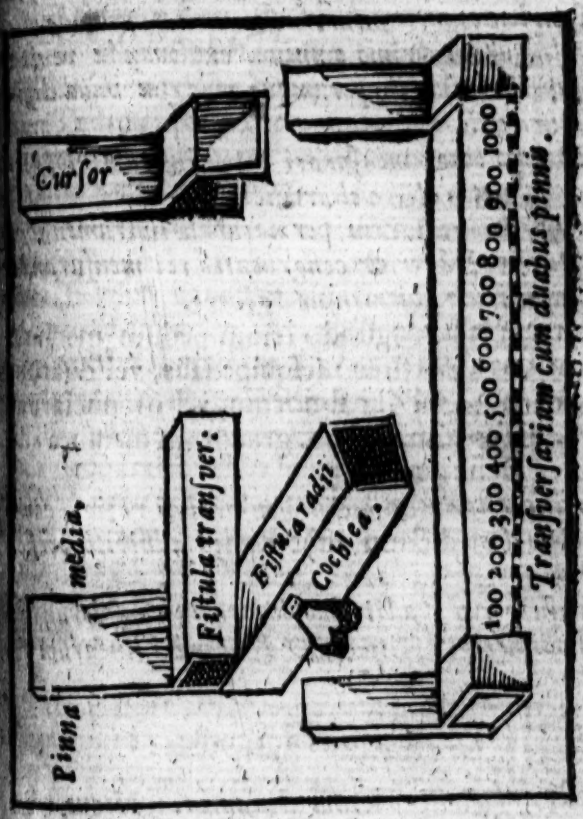
In rebus majoris momenti majora prosunt instrumenta; ut Index Radii quandoque detur 5, 6, vel 8. pedum.

Atque hæ duæ regulæ sive crura radii fistulis coaptanda veniunt; quo Transversarium hinc inde per Indicem in partem quamvis volvi possit.

Transversarioquoque Cursor quidam cum dioptra, qui hinc inde per Transversarium duci possit, insurendus.

Terminis denique Indicis ac Transversarii dioptræ, pro recta in metam datæ magnitudinis collimatione, infigendæ.

Sicque ad usum accommodatum præparatum fuerit Instrumentum mensorium.



De Instrumentorum geodæticorum utendi ratione: atque de Geodæsia Linearum rectarum.

Geodæsia magnitudinis cujuscunque inchoatur à mensuratione Linearum rectarum; tanquam terminorum

norum principalium superficierum solidorumque, tam rectilineorum quam curvilineorum. Semidiametri namque sive (ut vocantur) sinus, arcus quoque sibi correspondentes metiuntur. Quantitas proinde rectarum linearum primo omnium exploranda venit: inde superficierum corporumque geodæsia haud difficilis futura est.

Recta vero linea mensurari potest instrumento geodætico, vel naturali, vel artificiali.

Mensuratio rectarum per naturale instrumentum, perficitur ἰσοτυπίᾳ & congruentia rei mensurandæ cum conveniente sibi mensuræ genere.

Sic tripedalis longitudo trium pedum mensuræ applicatione absolvitur: sesquipedalis, vel duarum spithamarum, vel 6. palmorum, vel 18. unciarum vel 24. digitorum, vel 96. granorum mensura adhibita. Et sic de aliis.

Artificialis autem rectas mensurandi ratio, commodissime (ut dictum est) Radio adhibito perficitur potest.

In usu porro Radii duo occurrunt consideranda: Mensoris nempe aptitudo, & Rectarum linearum situs.

De Mensoris aptitudine:

Sit 1. *Justa in metam distantia.* Neque enim visus est infinitus.

2. *Obductus alter oculus.* Vis namque optica è duobus oculis in unum conducta firmius collimat.

3. *Radius ad os genæ applicatus.* Hic etenim oculus est tanquam centrum Circuli, cui inscriptum sit Transversarium.

4. Manu

4. *Manus quieta. Nam si trepident, facile turbatur proportio Geodæsia, quo minus recte adverta-tur.*

5. *Statio, si fieri potest recta.*

6. *Visus emissio per dioptras, in metam seu terminum mensurandæ lineæ alterum.*

7. *Denique si visus sit, aut visio fiat, ab initio seu termino cruris alterius per terminum reliqui; crus alterum sit rectum, seu ad angulos rectos, termino metiendæ magnitudinis, reliquum vero parallelum.*

Ut, si visus sit ab initio Indicis per terminum Transversarii, Index ad terminum metiendæ rectæ lineæ rectus seu perpendicularis; Transversarium autem parallelum, esse debet. *Et contra.*

Index rectus sive perpendicularis appensa bolide facile probari potest in longitudine directa: in altitudine vero & latitudine transversali, fides est adhibenda oculis: Tametsi modica de flexio perpendiculi sensibilem aliquem errorem non facile patiat.

De Rectarum situ.

Situs rectarum linearum est triplex: in Longitudinem, qui est antrosum: Altitudinem, si recta sit, sursum, deorsumve in profundum: & Latitudinem, transversim collimando.

I. LONGITUDINIS. Geodæsia.

Longitudinis Geodæsia duplex est: è Distantia videlicet seu statione, vel Uncia, vel Duplici.

E sta-

E ſtatione unica itidem duplex eſt geodæſia: vel Indice recto, & parallelo Transverſario; vel Indice parallelo, & Transverſario recto: (Modo viæ ſive alterius alicujus longitudinis quantitas cognita habeatur.)

Semper crus alterutrum parallelum eſſe debet in metam magnitudinis, cujus quantitatem deſideras. Crus namque parallelum proportionale eſt quæſitæ longitudinis lineæ rectæ.

PROPOSITIO I.

E ſtatione unica, Longitudinem ignotam, ex nota quadam Altitudine, invenire: per Indicem rectum in terminum Longitudinis, & parallelum Transverſarium in metam diſtantiæ ejuſdem.

THEOREMA I.

Si viſus ſit ab initio indicis recti in metam longitudinis: ut tunc erit ſegmentum Indicis ad ſegmentum Tranſverſarii; ſic Menſoris altitudo ad quæſitam longitudinem. R. 7. c. 9. ex 21. p. optic. Eucl. ut & ſequentia.

Ab initio] id eſt, à ſuperiore puncto, quod dioptrâ Indicis notatur. Ut hic, *y*, vel *a*.

Vide Tab. 1. *Fig.* 1. *fol.* 172.

Indicis recti] id eſt, perpendicularis, ut *y o*, vel *a o*.

In metam longitudinis] hoc eſt, in terminum petitæ

petitæ longitudinis, punctum scil. oppositum per rectam lineam à puncto perpendicularis Indicis facto in metam longitudinis: ut ab *o* in *u*, per *i* in *u*.

Mensoris altitudo] quæ scil. fit ab initio Indicis in planum inferius: ut *y o*, vel *a o*.

Idem metiendi modus est, à loco inferiore, & altiore.

Ex inferiore ita:

Sit, exempli causa, segmentum Indicis à vertice, nempe *a*, ad Transversarium *e*, 6. partium, segmentum autem Transversarii ab Indice *e*, ad opticam lineam *i*, 18. partium. Quemadmodum nunc se habent 6. ad 18. sic se quoque habebit altitudo mensoris, *a o* (quæ prægnita tibi sit per instrumenti quoddam genus naturale) ad longitudinem quæsitam *o u*. Esto autem mensoris altitudo 4. pedum. Longitudo Itaque mensuranda erit 12. pedum. Ubique namque est ratio subtripla.

Demonstratio triplex. 1. Sunt *a e i* & *a o u*, duo triangula æquiangula similia: proportionalia proinde, per 4. & 5. p. 6. Euel. & 26. p. 5. cap. 2. part. sup. Angulus etenim uterque, *a e i* & *a o u*, rectus est ex hypothesi: angulus autem *a e i* communis. Reliquus igitur *o u a*, reliquo *e i a* æquabitur, per 19. p. 5. c. super.

2. Vel sic *a o* est perpendicularis basi (scil. metiendæ longitudini) *o u*: Ergo crus alterum, Transversarii nempe, *e i*, est basi *o u* parallelum, per def. Radii. Ideoque latera segmentorum sunt proportionalia, per 5. p. 5. c. supr.

3. Vel

3. Vel ſic. Sunt duo triangula rectangula ex theſi: ergo duo quilibet reliqui anguli cujuſq; trianguli uni recto æquantur. Utriuſque autem triangulis communis eſt *e a i*: reliquus ergo reliquo æqualis, per 6. & 7. ax. Sunt ergo triangula ſimilia inter ſe & æquiangula: proin proportionalia cum ribus: per 4, 5, 6. p. 6. E. & 26. p. 5. c. ſupr.

Res porrò facili negotio expedietur, ſi proportionales termini alternatim collocentur, & operatio per Auream regulam inſtituatur. Ut hic: Si part. 6. dant ped. 4. Ergo part. 18. dabunt ped. 12.

Ex altiore quoque loco ſic:

Sit ſegmentum Indicis ex *y*, 5. part. Altitudo menſoris, 10. ped. Segmentum Transverſarii 6. part. Data igitur longitudo erit, 12. ped.

Nec quidquam intereſt, ſive longitudo ſit in ſubjecto plano, ſive in aſcenſu deſcenſuve montis, ſurſum deorſumve collimando: dummodo Index in linea longitudinis ſit rectus. Ut in ſubjecta figura:

Vide Tab. 1. Fig. 3. fol. 174.

Hoc modo metiri licet latitudines quoque fluminum, vallium, foſſarum, diſtantia item navium in mari, &c. Ut hic:

Vide Tab. 1. Fig. 4. ibid.

Diſtantias item turrium, ædificiorum, &c. inter ſe, Ut hic:

Vide Tab. 2. Fig. 1. ibid.

PRO-

PROPOSITIO II.

E ſtatione unica, longitudinem ignotam, ex nota altitudine, invenire: Indice parallelo in metam longitudinis, & Transverſario recto.

THEOREMA II.

Si viſus ſit ab initio Indicis paralleli in metam longitudinis: ut erit ſegmentum Transverſarii ad ſegmentum Indicis, ſic data ſeu cognita altitudo ad longitudinem. R. 8. c. 9.

Ut ſi, verbi gratia, ſegmentum Transverſarii ſit 120. aut 60. part. data ſeu cognita altitudo 400. aut 20. ped. ſegmentum Indicis 210. aut 105. part. Longitudo itaque per Auream regulam erit 700. aut 350. ped.

Demonſtratio par eſt ſuperioribus. Sunt enim triangula æquiangula, ut prius. Sicut igitur *o u* ad *u a*, ſic *e i* ad *i a*.

Tab. 2. Fig. 2. paſt. 175.

PROPOSITIO III.

E ſtatione duplici, Longitudinem quandam invenire, quum ſuperiore modo neutro capi poteſt (*interjectio videl. vel muri, vel arboris, vel montis, &c. impedimento; ut meta longitudinis videri nequeat, ut in primo modo; neque altitudo contermina extremæ longitudini ſit cognita, ut in ſecundo modo*) ubi Transverſarium, ſi recedendi copia major

jor sit, deprimitur in secunda stationę; vel contra elevatur, si procedendi major sit commoditas, idque vel Indice recto & Transversario parallelo vel contra.

THEOREMA III.

Si visus sit ab initio Transversarii paralleli, ad metam longitudinis, per terminum Indicis recti ad metam in alto positam: ut erit in Indice differentia majoris segmenti ad minus, sic differentia inter primam & secundam stationem ad Longitudinem quæsitam. R. 9. c. 9.

Figura ita est, in qua collimatio prima sit ab initio Transversarii, & è quæsita longitudine *a* per *o* terminum Indicis, in *e* metam altitudinis: segmentum Indicis *o u* partium 72. Transversarii verò, 70. Secunda collimatio sit per recessionem 40. pedum, ab *y* initio Transversarii, è distantia majore, per *s* terminum Indicis, in eandem metam *e*: & segmentum nunc Indicis *s r*, 36. part. Transversarii autem, ut prius 70. Hic dimensio perfecta erit, sumta differentia ipsius *o u* supra *s r*, videlicet 72. supra 36. quæ differentia est 36.

Vide Tab. 2. Fig. 3. fol. 176.

Demonstr. sic est. Si basi *i y*, trianguli *e i y* parallela *a l* ducatur; segmenta laterum trianguli *e i y*, per 2. p. 6. E. & 13. e. 5. R. & 5. p. 5. c. suptorum erunt proportionalia. Ut ergo *e l* sive *o m*, majoris segmenti differentia, ad *l i* sive *m u*: sic *y a*, differentia stationum, ad *a i* longitudinem quæsitam.

tam. Et alterne quoque, ut *e l* ad *y a*, sic *l i* ad *i*. Aureâ regulâ sic concluditur:

36. part. different. part. dant 40. ped. diff. stat. ergo 72. part. dabunt 80. ped.

Eadem ratione colligere licet:

Si visus sit ab initio Indicis paralleli, in metam longitudinis, per Terminum Transversarii in metam altitudinis certam: ut erit in Indice differentia majoris segmenti ad minus, sic differentia primæ & secundæ stationis ad longitudinem quæsitam. R. 12. c. 9.

Sit, verbi causa, segmentum Transversarii 50. part. Indicis verò in prima statione 40. in secunda 60. part. differentia est 20. part. quæ à prima ad secundam distantiam 30. pedes exhibent. Regulâ aurea nunc concluditur:

Vide Tab. 2. Fig. 2. pag. 177.

20. part. dant 30. ped. Ergo 60. dant. 90.

II. ALTITUDINIS. Geodæsia.

Altitudinis Geodæsia itidem est duplex: Distantiæ sive stationis, aut unius, aut duplicis.

Est vero Altitudo, perpendicularis à vertice ad basin; sursum deorsumve collimando.

PROPOSITIO IV.

E ſtatione unica, ignotam quandam altitudinem, ſurſum collimando, ex nota longitudine; per Transverſarium rectum, & Indicem parallelum in metam altitudinis, invenire.

THEOREMA IV.

Si viſus fit ab initio Transverſarii recti in terminum altitudinis, per terminum Indicis paralleli in metam altitudinis: ut erit ſegmentum Transverſarii ad ſegmentum Indicis, ſic longitudo data ad altitudinem. R. 10. e. 9.

Deducitur 18. & 19. p. opt. Eucl. Ut, eſto ſegmentum Transverſarii 60. part. ſegmentum Indicis 36. longitudo data ſeu cognita (cognoſci autem poteſt aliquo præcedentium modorum) 120. ped. Altitudo per Auream regulam 72. ped. erit.

Vide Tab. 3. Fig. 1. fol. 178.

Demonſt. ut prius. Sed addenda hic eſt Menſoris altitudo: quæ ſi fuerit 4. ped. tota altitudo erit ped. 16.

PROPOSITIO V.

Ignotam profunditatem (ut putei, rupis, turris, &c.) è nota longitudine ſeu latitudine ejus transverſali, cognoſcere.

THEO-

THEOREMA V.

Si visus fit ab initio Indicis parallelli in metam profunditatis: ut erit segmentum Transversarii ad segmentum Indicis, sic data longitudo ad profunditatem. R. c. 10. c. 9.

Est hic eversa altitudo, è 20. p. opt. E. E conclusa altitudine, seu potius profunditate, subducto quod supereminet, relinquetur altitudo profunda

Vide Tab. 3. Fig. 2. fol. 179.

putei &c. Ut, si fit segmentum Transversarii 5. part. segmentum Indicis 13. nota longitudo putei 10. ped. quæ supernè sumatur pro æquali ejus quæ in fundo. Quæsitum erit per Aurearn regulam 26. ped. Unde si tollatur segmentum Indicis super oram putei, relinquetur vera altitudo.

PROPOSITIO VI.

Ignotam altitudinem, per datam longitudinem invenire; Indice recto, & parallelo Transversario in metam altitudinis.

THEOREMA VI.

Si visus fit ab initio Indicis recti in terminum altitudinis: ut erit segmentum Indicis ad segmentum Transversarii, sit data longitudo ad altitudinem. R. 11. c. 9.

Ut, si Indicis segmentum est 60. part. Transversarii quoque 60. longitudo data 250. ped. Per Aurearn regulam altitudo erit 250. ped. Ut hic

Tab. 3. Fig. 3. pag. 180.

vides, ſicut *a e* ad *e i* ſic *a o* ad *o u*, per 6. p. 6. E
Sed inventæ altitudini Menſuris altitudo addita,
ſit 4. ped. totam altitudinem faciet 254. ped. At
que hic modus à ſuperiore differt ſolo Radii ſitu.

PROPOSITIO VII.

Ignotam altitudinem, è nota ſaltem ejus altitudinis parte (unde reliquum cognoſcere licet) invenire.

THEOREMA. VII.

Si viſus ſit ab initio Indicis, per pinnas ſeu dioptras Transverſarii & Cutſoris, in terminos notæ partis: ut erit intervallum pinnarum ad reliquum ſuperemineniis Transverſarii, ſic nota deſuper altitudinis pars ad reliquam. R.c.11.c.9.

Demonſtratio ſic eſt. Ut *o y* ad *y a*, ſic *e s* ad *s*
per 6. p. 6. E. & 26. p. 5. c. ſupr. Item, ut *u y* ad

Tab. 3. Fig. 4. ibid.

y a, ſic *i s* ad *s a*, per eandem. Ut igitur *o u* reliquum Transverſarii proportionale ad *o y*, ſic *i* proportionale notum ad *e s*, per 6. & 7. ax. Sit ſitur *o u* intervallum pinnarum 20. part. *u y* reliquum ſupereminentis Transverſarii 30. part. nota pars in ædificio altitudinis *e i* pedum 15. Concludetur pro reliquo 152½.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

E ſtatione duplici, Altitudinis alicujus quantitatem inveſtigare.

THEOREMA VIII.

Si viſus ſit ab initio Indicis recti in terminum altitudinis: ut erit in Indice differentia ſegmenti ad differentiam diſtantiæ (primæ videl. ac ſecundæ ſtationis) ſic ſegmentum Transverſarii ad altitudinem. R. 12. c. 9.

Repetenda hic ſunt eà, quæ ſupra de menſura longitudinis per duplicem ſtationem dicta fuere: eadem namque principio & figurâ explicantur. Ut igitur *l y* differentia Indicis ad diſtantiam 30. ped. *s r* ſive *o u* (ſunt enim æqualia) ad *e i* quæſitam altitudinem. Differentia Indicis ſit 23. part. Altitudo quæſita erit 57$\frac{2}{3}$ ped.

Vide Tab. 2. *Fig.* 4. *fol.* 181.

Atque ita è geodeſia altitudinis patet quoque differentia duarum altitudinum.

Vide Tab. 1. *Fig.* 2. ibid.

Ut in iſtâ figura patet. Nam ſi utriuſque altitudinis quantitate, per aliquem præcedentium modorum, inventa, minorem à majore ſubtraxeris, differentiam reſiduum dabit.

Hinc etiam inæqualium turrium, &c. altitudines, altera alteram metiri poteſt: vel minor majorem, vel major minorem.

Minor sic:

Ex minore assumito longitudinem sive distantiam turrium inter se, per 1. theor. (altitudo namque minoris, in qua es, cognosci potest perpendiculo, aut alio aliquo modo superiorum Geodæsiæ altitudinis) tum altitudinem quæ supra minorem est, per Theor. 6. metire, addeque minori: habebis totius altitudinem. Ut enim *a e* ad *e i*, (*a o* (cognita longitudo seu distantia ad *o u* altitudinem supra turrim minorem.

Majorita.

Si visus primum à vertice majoris turris, deinde ab ejusdem basi, (vel medio loco per pinnas Transversarii) fit in verticem minoris altitudinis erit, ut sunt dictæ partes Indicum simul sumptæ ad partes primi Indicis ut in prima statione erat altitudo intra stationes descensionis ad suum excessum supra quæsitam altitudinem. R. 13. c. 9.

Sunto namque partes Indicum in vertice & basi 12. & 6. summaque 18. partium ad 12. primi Indicis partes, prout in primo loco erat: ita & altitudo 190. ped. turris totius *u y*, ad excessum 12 ped. Reliquum igitur 60½. erit altitudo quæsita.

Ita quoque licet è vertice turris, &c. metiri distantiam turrium inter se.

Primus est modus metiendæ longitudinis idem cum hoc, nec quidquam differt, nisi quod Radius extra datam altitudinem suspenditur in *o u*.

Vide Tab. 2. Fig. 1. fol. 183.

III. LATITUDINIS SIVE TRANSversæ lineæ rectæ Geodæsia.

Latitudinis geodæsia uniusmodi est, è duplici superstatione: sequente Theoremate.

THEOREMA IX.

Si visus fit ab initio Indicis recti, per pinnas Transversarii, in terminos latitudinis: ut erit in Indice differentia segmentorum (per duplicem distantiam facta) ad differentiam ipsam stationum seu distantiarum, sic intervallum primarum Transversarii ad latitudinem quæsitam.

Situs mensurandæ lineæ rectæ postremus est Latitudinis sive transversæ lineæ rectæ. Ut, si prima collimatio fit *a e i*, per dioptras Transversarii & Cursoris *o* & *u*. Secunda sit *y e i*, per pinnas Transversarii *s r*. Ut igitur *y l* differentia segmenti Indicis per primam & secundam stationem facta, ad *o u* sive *s r* (segmenta Transversarii æqualia) sic distantia itineris confecti ad latitudinem quæsitam *e i*.

Vide Tab. 4. Fig. 1. fol. 183.

Sit, exempli gratiâ, segmentum Indicis in prima statione part. 52. in secunda 82. differentia erit 30. par. intervallum primarum ex utraque par-

Vide Tab. 5. Fig. 2. ibid.

te 50. part. iter retrocedendo confectum. 35. ped. Erit igitur latitudo quæsita per Auream regulam $58\frac{1}{3}$. ped.

Vide Tab. 4. Fig. 3. ibid.]

Demonst. procedit ducendo parallelam ipsi *a e* per punctum *s*, per 31. p. 1. E. sic namque fiet duo triangula æquiangula & æquilatera in segmentis Radii, per 4. & 26. p. 1. E. & 19. p. 5. c. supr. Proinde per 6. p. 6. E. & 26. p. 5. c. supr. proportionalia cruribus angulorum æqualitate correspondentibus, *m y i* & *e a i*.

Atque ista breviter de Geodæsia Linearum rectarum, tanquam fundamento geodætico cujuslibet quantitatis symmetræ, planæ & solidæ, per Radium Geometricum.

Huic accessit Tractatus Accuratissimus de perspectiva Communi nec non Juventuti satis Luculentissimus.

OPUS

OPUS PERSPECTIVÆ COMMUNIS in tres librom divisus est.

Primus liber est de luce simplici.
Secundus de radio & visu reflexo, & de omni generes peculorum.
Tertius de radio & visu refracto.

PERSPECTIVÆ COMMUNIS. LIBER PRIMUS.

INter Physicæ considerationis studia, Lux longè jucundius meditantes afficit: inter magnalia Mathematicarum demonstrationum certitudo præclarius investigantes extollit. Perspectiva igitur humanis traditionibus rectè præfertur, in cujus area linea radiosa demonstrationum nexibus applicatur: in qua tam Physices quàm Mathematum gloria & certitudo, utriusque floribus adornata, reperitur. Hujus sententias & conclusiones, omnibus ambagibus rejectis, in compendium contraham, quibus tamen prout materia exigit, naturales & Mathematicas demonstrationes adjiciam. & partim effectus ex causis, partim verò causas ex effectibus deducam, neque quæ ex his bona consequentia eliciuntur, omittam. Et precor, ut Deus Optim. Maxim. lux omnium,

&

& ipſe in immenſa luce inhabitans, meos conatus adjuvet, meq; illuſtret & deducat, ad proprietatem & naturam lucis, quam tractandam ſuſcipio, inquirendam & pate faciendam. Dividam autem hoc noſtrum opuſculum in tres libellos. Primus erit de luce & viſu. Secundus de radio reflexo, Tertius autem de radio refracto.

PROPOSITIO I.

Lucem operari aliquid in viſum contra ſe converſum impreſſivè.

Hoc probatur per effectum. Quoniam viſus in videndo lucem fortem, dolet & patitur, & lucis intenſæ ſimulachra remanent poſt aſpectum fortis luminis, nec non locum minoris luminis apparere facito bumbratum & tenebroſum, donec ab oculi majoris luminis veſtigium evanuerit.

PROPOSITIO II.

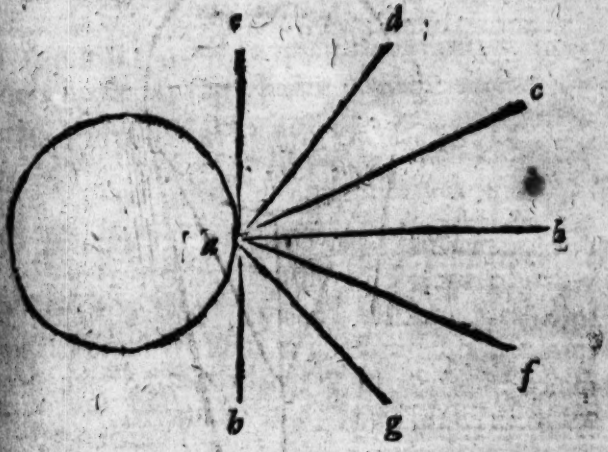
Colorem illuminatum impreſſivè operari in viſum.

Hoc ſimilibus experimentis comprobatur. Oculus namque ſuper colorem à forti luce fortiter illuminatum, fixa intuitione conuerſus, ſi ad colorem debilius illuminatum ſe deflexerit, inveniet colorem primum apparenter ſecundo permiſceri: defert enim ſecum oculus coloris fortius illuminati reflicta quædam veſtigia, ad colores minus illuminatos.

PRO-

PROPOSITIO III.

Quemlibet punctum luminosi vel illuminati, totum objectum sibi medium simul illustrare.



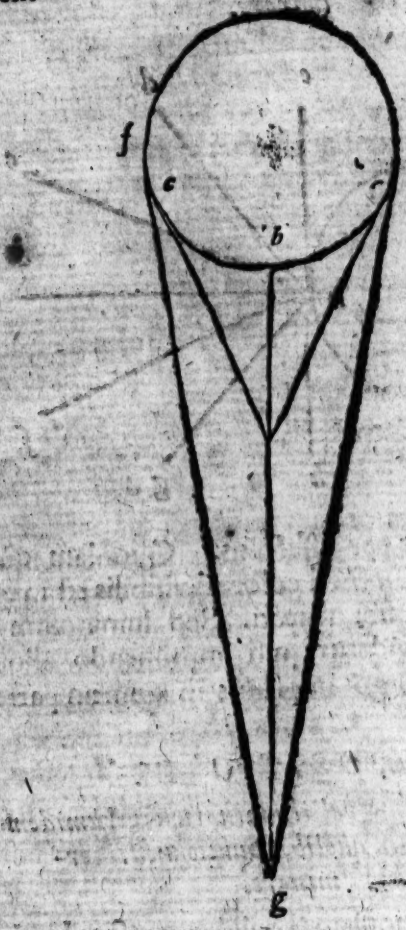
Hoc probatur per effectum. Quoniam quilibet punctus luminosi vel colorati visibilis est in qualibet parte medii sibi objecti. Sed luminosum vel coloratum non videtur, nisi imprimendo aliquid super visum. Ergo imprimit in omnem partem medii.

PROPOSITIO IV.

Totum luminosum vel illuminatum pyramidem sui luminis in quolibet puncto medii terminare.

Hoc patet: quoniam si quilibet punctus luminosi illustrat quemlibet punctum medii: ergo totum illu-

illuminoſum illuminat quemlibet punctum. Quod eſſe non poſſet, niſi luce pyramidaliter in quemlibet punctum cadente, per quam pyramidem videri poteſt.



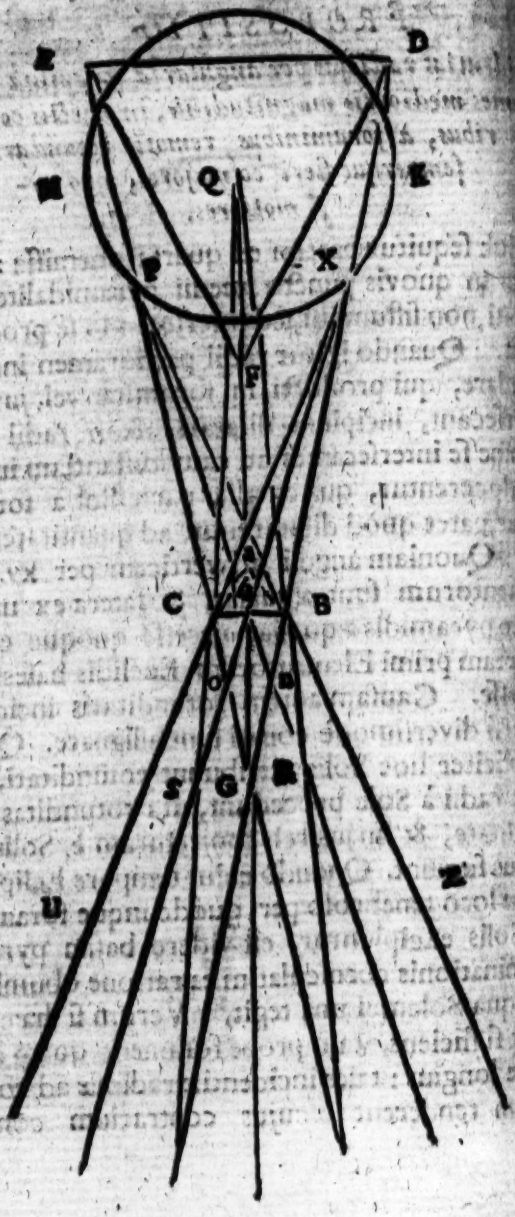
PRO-

PROPOSITIO V.

Incidentias radiosas per angularia foramina transeuntes mediocris magnitudinis, in objectis corporibus, à foraminibus remotis rotundari, semperque fieri eo majores, quo remotiores.

Hoc sequitur partim ex quarta præmissa: quoniam in quovis puncto medii pyramidaliter terminati, non sistunt ibi, sed intersecando se procedunt ultrà. Quando igitur radii per foramen incidunt angulare, qui producti in foramine vel juxta, se intersecant, incipiunt dilatari: & si radii in foramine se intersecantes ad eam distantiam in rectũ producerentur, qua ex alia parte Sol à foramine distat, patet quòd dilatarentur ad quantitatem Solis. Quoniam anguli ad verticem per xv. primi elementorum sunt æquales, & latera ex utraque parte pyramidis æqualia, necesse quoque erit per quartam primi Elementorum Euclidis bases æquales esse. Causam autem rotunditatis incidentiæ, diversi diversimodè conati sunt assignare. Quidam simpliciter hoc Solis attribuunt rotunditati, quòd sicut radii à Sole procedunt, ita rotunditas à rotunditate, & hujus rei conjecturam è Solis Eclipsibus sumunt. Quando enim tempore Eclipsis Solis, in loco tenebroso per quodcunque foramen radii Solis excipiuntur, est videre basim pyramidis illuminationis corniculatim ea ratione obumbrescere, qua Solem Luna tegit. Verum si hæc causa esset sufficiens, tam prope foramen, quàm à foramine longius: tales incidentiæ radiosæ ad rotunditatem tenderent: cujus contrarium contingit.

Alii


L
E
D
M
Q
K
P
X
F
C
B
O
D
S
G
R
U
Z

si verò subtilius hujus rei causam inquirentes, munt quidem ut causam Solis rotunditatem remotam: radiorum autem intersectionem ut propinquam. Quod ut fiat illustrius, accipiatur men triangulare *a b c*, & sit superficies trianguli corpore Solis *d e f*, & *d e* basis pyramidis triangulæ per dictum foramen incidentis, ac latera sua lateribus dicti foraminis applicentur, & in ctum ultra foramen ducti terminentur in puncto Deinde imaginemur circulum in Sole dictum angulum non penitus circumscribentem, sed ilò minorem: & sit *k l m*, suam circumferentiæ angulis trianguli ferè applicantem. Ab hoc culo procedunt pyramides rotundæ quarum a potest, propter foraminis angustiam, ad g ctum procedere: pertinget tamen aliqua ad ctum foramini propinquiorem, aut etiam in superficie foraminis contentum, veluti ad punm *b*. Quia angulus pyramidis terminatæ in cto *b*, major est angulo pyramidis terminatæ puncto *b*, major est angulo pyramidis terminatæ in puncto *g*, per XXI primi elementorum Euclidis. Certum quoque est, quod radii pyramidis vioris in continuum rectumque ducti, secabunt alios longioris pyramidis, & qui radii ante intersectionem continebantur & includebantur, post intersectionem alios continent & circumcludunt. um igitur brevior pyramis sit rotunda, sequitur ut dictam incidentiam, post intersectionem, rotundam faciant, sicut patet in figura, quatenus hæc plano declarari possunt. Facilè namque intelligi potest, quomodo radii pyramidis rotunda *k l m*,

in

in *b* puncto concurrant, & se intersecantes e triangularem pyramidem dilatent. Porrò si a piantur radii à Sole centraliter egredientes, aliis sunt fortiores radiando) utpote *q b*, & ipsi cadent intra prædictam rotundam pyramid eamque secabunt, ut in punctis *r s*. Ergo sal post illam intersectionem, erit pyramis rotun Sed certè hæc imaginatio etiam locum haberet, Sol esset figuræ planæ quadratæ. In ipso enim e aliquis triangulus, qui posset foramen triangul directè respicere, & circulus triangulum dire circumscribens, à quo posset rotunda pyramis p cedere, & ita rotunditas Solis nulla esset causa jus rotunditatis ex radiorum incidentia cau Quod autem & neque dicta radiorum inters tametsi aliquid ad rotunditatem conferat sit totalis causa, inde patet, quod pyramis, quæ p intersectionem fit, subitò rotunditatem acquir scilicet in sectione illarum duarum pyramidu *x o*, vel *r s* punctis. Quia quicquid esset ultra vel ad minus *r s*, esset rotundum completè, & q quid citra triangulare, cujus tamen contrarium paret: videmus enim lumen ipsum paulatim ro ditatem acquirere. Item radii *x c u*, & *p b z*, plicant se lateribus foraminis, & sequuntur figu ejus, & certum est, quod isti omnes alios includ qui rotunditatem possent radiositate recta gen re: dictus itaque modus radiositatis, non est p fecta causa rotunditatis.

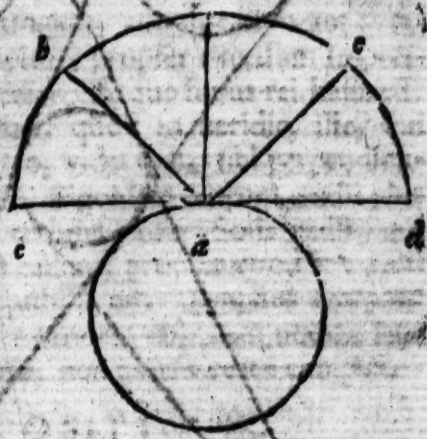
Cæterùm quoniam sphærica figura est luci co nasa, & omnibus mundi corporibus consona, puta absolutissima & naturæ maximè conservati

quæ

...que omnes partes suo intimo perfectissimè con-...git: ad hanc igitur lux naturaliter movetur, ...am ad distantiam protelata, paulatim acquirit, ...t itaque ex his duabus causis, lumen per fora-...na incidens paulatim rotundari, quod declaran-...m erat.

PROPOSITIO VI.

Omne punctum luminosi hemisphæraliter super medium radiare.

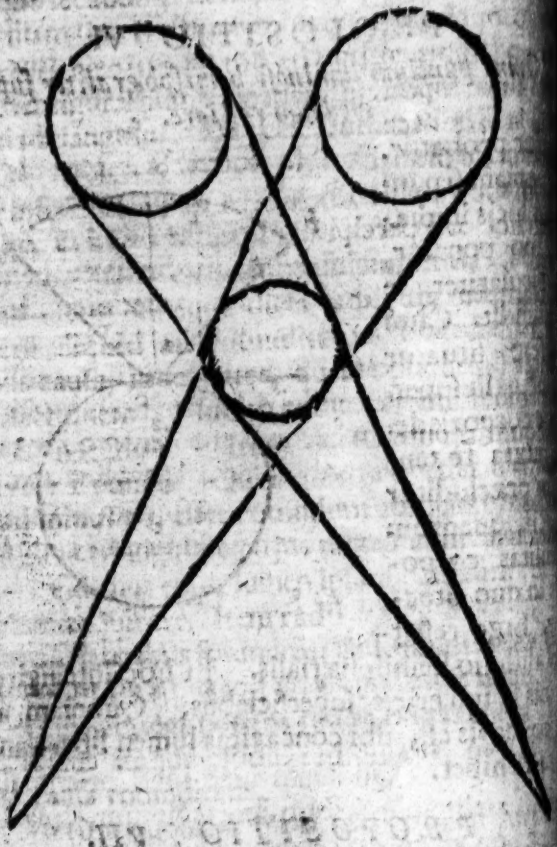


Hoc probatur. Quoniam si pun-...m lucis in dia-...ano ponatur, ...bicularitèr se ...fundit. Cùm ...tem situatur ...nctus in super-...ie corporis dē-...i, juxta sè tan-...um præcluditur ...pacii, quantum ...nsitas corpo-...is in quo situa-...tur. Ergo restat ...bi diffusio hemisphærialis. Et hoc intelligitur in ...anis & sphæricis superficiebus. Quoniam aliter ...n concavis est, ubi concavitas lumen liberè ampli-...ari prohibet.

PROPOSITIO VII.

Radios visibilium impermixtè medium illustrare.

Lumina enim non confundi seu permiscer
medio, patet per umbras, quæ videntur fier
dum numerum luminarium, Multæ enim candel
ad unum opacum tot faciunt umbras, quot fu
candelæ.



PROPOSITIO VIII.

Lucem fortem orientem ſuper viſum & medium quædam viſibilium occultare.

Hoc cotidiè experimur. Sole namque oriente ſtellæ evaneſcunt nobis, neque tota die conſpiciuntur, propter præſentiam vehementis lucis Solis, quæ totum viſum occupat. Et minores motus ac tactus ſunt imperceptibiles, quia majores totum ſenſum in ſe convertunt. Quare etſi ſtellæ non minus luceant de die quàm de nocte, & eorum radii ad viſum noſtrum pertingant, eumque moveant: tamen hoc non percipitur, propter exceſſum impreſſionis fortioris luminis. Atque hujus rei hanc eſſe cauſam, ex eo liquet, quòd in meridie, ille, qui eſt in profundo puteo, videt ſtellas ſibi perpendiculariter ſuprapoſitas. Siquidem eorum radii plus in profundum deſcendunt, quàm Solis radii, qui obliquè ad puteum cadunt, propter quod & earum motus oculo perceptibilis eſt. Amplius tempore nocturno, fit propter eandem rationem, ut quæ ſunt ultra magnum ignem, non poſſint certo conſpici.

PROPOSITIO IX.

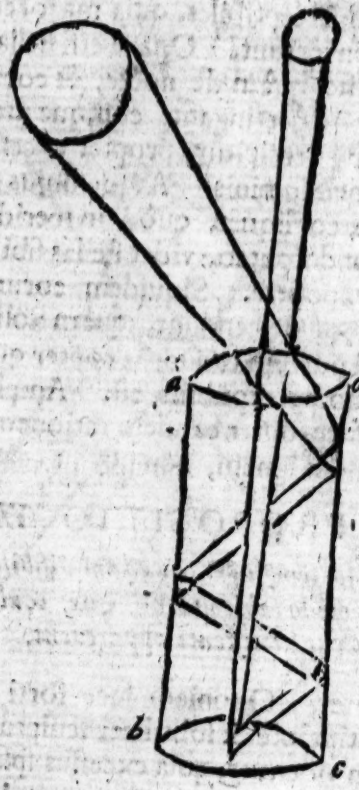
Lucem fortem ſuper quædam viſibilium orientem, ipſa oculo abſcondere, quæ oculo in loco lucis temperatæ exiſtenti apparerent.

Hoc patet. Quoniam luce forti oriente ſuper corpus artificioſè & ſubtiliter ſculptum, ipſæ ſculpturæ non videntur, quia exceſſus ſplendoris viſum occupat. Similiter multa ſunt, quæ in tenebris poſita videntur lucentia, luci verò expoſita, diſparent

vel ad minus non lucent: ſicut apparet in ſquam piſcium, ligno veteri, cute quorundam animal & igne mediocri.

PROPOSITIO X.

Lucem fortem multa viſibilia oſtendere, qua bilia occultat.



Hoc passim ostenditur. Quia quæ in luce mediocri non apparent, ab intensiori & fortiori luce conspiciuntur. Hæc propositio videtur præcedentis contraria. Quomodo enim lux fortis visibilia quædam ostendit, & eadem obscondit? Sed in præcedenti propositione intelligimus lucem fortem, quæ justam proportionem excedit, & totam capacitatem sensus occupat.

PROPOSITIO XI.

Lucem igneam in materia flammea radiantem, majorem nocte quam die, longè quam prope apparere.

In die minor apparet claritas flammæ, quia majori claritate circunfunditur. In nocte autem apparet major, quia tenebris juxta se positis, in toto suo ambitu, liberè oculo præsentatur. Item propè minor apparet, quoniam flamma à diffuso lumine discernitur. De longè autem major apparet: visus enim propter distantiam nequit flammam à diffuso lumine discernere. Quare indistinctum tanquam magnum luminare oculo præsentatur.

PROPOSITIO XII.

Colores corporum diversificari apud visum pro diversitate lucis super ipsos orientis.

Hoc expresse patet in quibusdum coloribus, qui in luce mediocri apparent turbidi: in forti, clari & scintillantes: imò omninò alterius dispositionis in luce Solis, quàm candelæ. Amplius hoc idem apparet in collo columbæ, quod cum sit unius coloris, variis tamen & diversis aspectibus à luce il-

luſtratum, variis coloribus & ſpecie differentibus oculo repræſentatur. Cum enim color non cernatur, niſi à luce illuſtratus, omnem efficaciam movendi viſum à luce habet. Ideoque qua ratione magis vel minus à luce illuſtratur & movetur, eadem quoque ratione viſum movet. Colores autem debiliores ſunt in fortioribus, ſicut incompletum in completo. Et ideo ſecundum completionem lucis eſt gradus complementi coloris in movendo. Quidam tamen exiſtimant in collo columbæ eſſe diverſos ſecundum veritatem colores. Non in eo ſunt ex diverſarum pennarum particulis, diverſæ radiantes ſuperficies. Et quemadmodum panni ex diverſis coloribus contexti, prout diverſimode lucem recipiunt, diverſos colores referunt: ita quoque columbarum colla pro varia mixtione colorum & lucis, diverſis ſubinde coloribus conſpici.

PROPOSITIO XIII.

Comprehenſio rei in ſe à viſu, ſequitur proportionabiliter diſpoſitionem lucis orientis ſuper rem viſam, ac medium, & viſum.

Hæc ſequitur ex præmiſſis. Si enim in fortiori luce color fortius movet, & in minori minus, tum ſimpliciter ab ipſa luce videtur eſſe movendi efficacia. Idem intellige ex parte oculi in apprehendendo, & medii in deferendo.

PROPOSITIO XIV.

Radius lucis primariæ, ſimiliter & coloris in rectum ſemper porrigitur, niſi diverſitate medii incurvetur, ſe nihilominus diffundendo.

Lux

Lux primaria dicitur, quæ radiosè procedit à luminoso. Lux vero secundaria & accidentalis, quæ ... est extra radiorum incidentiam, ac obliq... & in omnem partem medii se diffundit: colos ... radiosè multiplicatur, sicut patet sensibiliter, ...ndo Solis radius per vitream fenestram colora... tranſit: tunc enim per lucis efficaciam color ...biliter radiat super densum sibi objectum. Sed ...ndo luci vel colori corpus densum objicitur, ut ...culum, ab eo reflectitur. Cum autem occurrit ...gis vel minus diaphano, recedit à rectitudine, ...quasi frangitur vel reflectitur in obliquum.

PROPOSITIO XV.

Radius lucis vel coloris ad perpendicularem frangitur occursu medii densioris, super quod non est perpendicularis.

Quamvis hæc in tertio libello nostræ perspectivæ tractare constituimus, tamen hoc loco ea prælibare necessarium duxi. Ratio autem generalis fractionis, est variatio diaphanitatis. Major enim diaphanitas minus resistit luci. Quia vero radio facilior est transitus per unum medium, quam per reliquum, necessarium est, quod in secundo medio (scilicet, magis distante à luminoso) reperiatur gradus proportionalis primo ...situ, (scilicet, similis resistentiæ.) Sed transitus per-

perpendicularis ingrediens vel egrediens fortissima est: & radius non perpendicularis tanto debilior, quanto magis à perpendiculari removetur, & ea fortior, quo propinquior. Quando igitur occurris medium densius & magis resistens, necessarius est radio fortior situs & directior, directoque propinquior. Unde ut transitus per medium secundum proportionetur transitui per primum, radius ad eam perpendicularem lineam declinat, quæ erigitur in puncto casus sui super medium secundum. Constat igitur, quòd perpendicularis situs fortior sit non tamen per egressum à corpore luminoso, imo per casum perpendicularem super medium. Non intelligendum est, radium ad fortiorem situm declinare quasi per electionem: imo transitus per medium primum, ad sibi proportionalem in secundo, impellitur, sicut patet in figura. Radius autem luminosi super quodcunque medium perpendiculariter cadens, omninò non refrangitur, quia sua fortitudo nullius diaphanitatis objectu hebetatur. Apertius enim movet omnis radius rectè quam obliquè cadens in objectum. Verbi gratia, à corpore luminoso per aërem cadit perpendicularis *a g*, qui verò frangitur cadit obliquè *a c*, & quasi procederet in *b*, si esset medium simile: frangitur autem versus perpendicularem *d c*, & cadit in *e*.

PROPOSITIO XVI.

Radius lucis vel coloris à perpendiculari divertitur, cum medium subtilius occurrit.

Hæc

Hæc sequitur ex præmissa, quoniam enim medium secundum minus resistit, minor fortitudo congruit radiis in illum à densiori cadentibus, unde franguntur à perpendiculari. Verbi gratia, sit luminosum *h*, in aqua existens, à quo cadit radius *h k*, rectè, & *h e* obliquè. Dico quòd *h e*, non directè procedit in *e*, nec frangitur versus perpendicularem ad *p e*, sed illa cadens in *q*, sicut patet in figura. Et hæc est ratio, quare res in quibusdam medijs apparent majores, & in quibusdam minores, ut infra patebit.

PROPOSITIO XVII.

In omni puncto medii, quo est à luminoso remotior, & in ipso excipitur radius multiplicior.

Hoc sic probatur. Quantò punctus plus distat à Sole, tantò descendit ejus lumen è majori circunferentia, seu portione Solis: & è converso, quo propinquior Soli, tantò descendit à minori arcu lumen. Igitur in puncto remotiori est lumen multiplicius, sed ex distantia debilius: quod sic demonstratur. Accipiantur in corpore sphærico luminoso, cujus centrum sit *k*, duo puncta opposita *a b*. Et diffundatur lumen à puncto *a*, per hæmisphærium, ut patet per vi. hujus, cujus hæmisphærii diameter sit linea *c a d*. Certum est igitur, quod à puncto *a*, cadit lumen in *d* punctum, & in nullum corpori luminoso

noſo propinquiorem, ſicut ex xiv. hujus ſequitur. Linea enim *c a d* cõtingens eſt, & inter eam & ſphæram nulla cadit media, ſicut patet per xvi. tertiæ elementorum Euclidis. Amplius ſi ſumatur punctus ſupra *a* in corpore luminoſo, utpote *e*, radians ſuperſpacium objectum, & terminus radiationis ſit linea contingens *f e g*. Certum eſt quod in linea *k g*, primus punctus ad quem pervenit lumen à puncto *e*, eſt *g*, & in nullum ſuperiorem, ſicut à puncto *a*, in punctum *d*, & in nullum corpori luminoſo propinquiorem. Cumque ab omni puncto luminoſi mittente radium ſuum in punctum propinquiorem incidat & radius in punctum remotiorem, & non è converſo: cadet à toto arcus *e a b o* lumen in *g* punctum, ſed in *d* non veniet niſi ab arcu *a b*. Lux igitur in puncto *g* recepta, tantò multiplicior eſt, quantò à luminoſo remotior.

PRO.

PROPOSITIO XVIII.

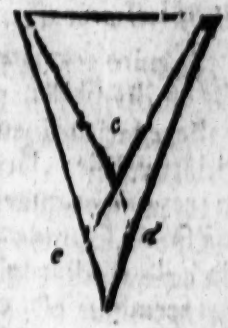
In puncto propinquiori fortior est lux unius corporis, quam in remotiori.

Multiplicitas enim lucis vel luminis in puncto remotiori, est ex confluentia radiorum obliquè cadentium, & per consequens debilium. Lux autem in puncto propinquiori fortitudinem habet ex majori conjunctione cum suo fonte, qui minor est.

PROPOSITIO XIX.

Pyramides breviores, quia breviores, partim longioribus ab eadem basi procedentibus fortiores esse, partim debiliores.

Pyramides breviores ab eadem basi procedentes, partim dicuntur esse fortiores longioribus, partim verò debiliores. Fortiores siquidem, quia breviores, obtusiores esse necesse est, sicut ex xxi. primi elementorum Euclidis patet. Sed in obtusioribus radii ad conos se ad obtusiorem angulum intersecant, & quanto angulus conalis est obtusior, tantò ejus latera magis, lateribus Pyramidis incisæ mutuò appropinquant. Verbi gratia, fit pyramis obtusa, *a b c*, & protrahatur *a c* in *d*, & *b c* in *e*. Cum igitur *a b c* angulus, æqualis sit angulo *e c d*, per xv. primi elementorum Euclidis, quia ad verticem: necesse est tantò reliquos duos minores esse, quantò



hi

hi duo sunt majores. Et quanto etiam sunt majores, tanto radii collaterales propinquiores sibi sunt, ut *c d* tanto propinquior est radio *b c*, & è converso, quanto angulus *d c e* major est. Hæc autem est lucis proprietas, ut quanto propinquior est unus radius luci alterius, tanto sit fortior. Tam itaque propter hanc causam, quam propter eam, quæ in propositione xviii. præmissa ostensa est, breviores pyramides naturaliter fortiores sunt. Contra vero in pyramide longiori Lux ad conum est adunata magis, quàm in breviori, & hac prærogativa excedit breviorem. Simpliciter tamen breviores sunt fortiores, unde naturaliter montes fiunt calidores quam valles quamvis per accidens infrigidentur, quatenus scilicet mediæ regioni aëris appropinquant.

PROPOSITIO XX.

Cujuslibet pyramidis radiosæ, omnes radios in indivisibili concurrere.

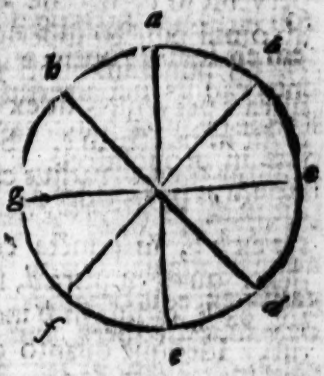
Si enim conus pyramidis est divisibilis, ponatur habere latitudinem, & dividatur linea latitudinis in tres partes, quarum prima sit *a b*, secunda *b c*, tertia *c d*. Radius igitur cujus terminus est *a b*, non concurrit cum radio cujus terminus est *c d*. Quod falsum est. Necesse est itaque hujusmodi radiorum ultimum concursum, in puncto mathematico fieri.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

In luminoso cõcavo, lumẽ efficacius reperitur in centro.

Cujus ratio est: quia ab omni puncto concavi perpendiculares radii, qui cæteris sunt fortiores, confluunt in centro. Et ideo virtutes corporum cælestium in centro, & juxta ipsum efficacius oriuntur. Hinc ibi conformior dicitur habitatio hominis, cujus complexio adpropinquat, ut possibile est, supremi corporis simplicitati.

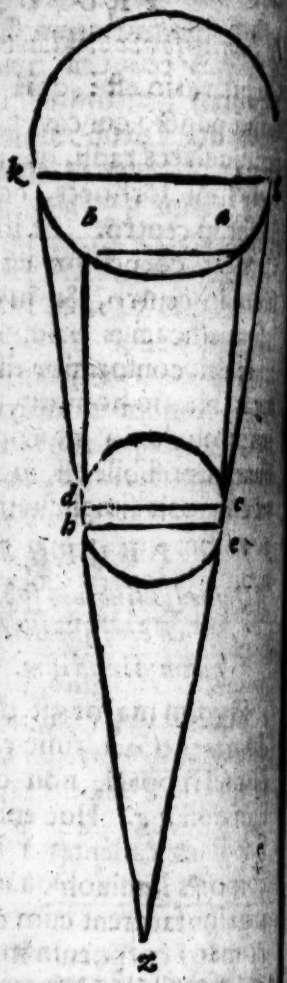


PROPOSITIO XXII.

Omne luminosum sphæricum, illuminat sphæram minorem, similiter & cylindrum minorem, plus quam dimidium.

Si enim major est diameter luminosi, quam sit diameter opaci, tunc radii cadentes super extrema diametri opaci, non oriuntur à terminis diametri luminosi *k g*. Hoc enim si fieret, æquidistantes essent lineæ cadentes à terminis diametrorum, tam corporis luminosi quàm opaci, & utrobique rectos angulos facerent cum diametro, & per consequens diametri corporum inæqualiũ essent æquales: quod est impossibile. Oriuntur ergo ab aliquo arcu minori, quam sit hæmisphæriũ: ut exempli gratia, ab arcu *a b*, cujus subtensa æqualis sit diametro opaci. Cùm igitur à punctis omnibus inter *g* & *a*, & inter *k* & *b*, lumen

lumen diffundatur ſuper opacum: ſi à puncto à pervenit in *c*, neceſſe eſt ab omni puncto ſuperiori, ad punctum quod ſit ultra *c* pervenire, ut ex *g*, cadit in punctum *e*. Similiter ſi ex *b* radius cadit in *d*, radii procedentes ex *k b*, in puncta cadent, quæ ſint ultra *d*, ſicut ex *k* radius in *b* incidit. Ideoque quanto opacum propinquius eſt luminoſo, tantò lumen latius diffundetur. Quod etiamaliter demonſtratur. Supra in quarta hujus oſtenſum eſt, à ſuperficie luminoſi in omnem partem medii objecti pyramides porrigi. Quando igitur opacum minus eſt luminoſo, atque idcirco inter pyramides radioſas concluſibile, neceſſario plus medietate illuſtrabitur. Si enim non, tunc pyramis latera ſua extremis diametri opaci *c d* applicet. Quare per xviii. tertii Elementorum Euclidis, utrinque conſtituentur anguli recti, & trigonus *d c z* pluſquam duos



duos rectos continebit, quod est contra xxxiii. primi Elementorum Euclidis: plus itaque quam medietas corporis opaci sphærici vel cylindroidis minoris, à corpore luminoso sphærico majori illuminatur. Quamobrem Sol quoque plus quam medietatem Lunæ & terræ illuminat.

PROPOSITIO XXIII.

Umbrosi luminoso minoris, minorem esse umbram, sicut æqualis, æqualem, & majoris, majorem esse.

Hæc patet ex præmissa. Quoniam si luminosum, majus est umbroso, tunc umbrosum illuminatur plus medietate sua, & umbra procedet à non illuminata parte & minori, igitur minor. Si luminosum æquale umbroso, æqualiter illuminabitur, ac umbra inter æquidistantes invicem lineas continebitur, ideoque umbra æqualis luminoso. Si denique luminosum minus fuerit quam corpus umbrosum, minor pars umbrosi illuminabitur, & à majori parte umbra projicietur, ideoque major quoque se in infinitum dilatet. Hæc autem intelligenda sunt tam de umbris in planum projectis, quam etiam de umbrarum latitudine.

PROPOSITIO XXIV.

Umbrosum sphæricum luminoso minus, umbram projicere pyramidalem: æquale, columnarem: majus, curtam & eversam pyramidem infinitam.

Ratio hujus propositionis sumitur ex præhabitis. Quoniam ex xxii. patet, quod umbrosum minus luminoso, ut terra à Sole, plus medietate illuminatur.

tur. Radii igitur à luminoſo cadentes in umbroſum, æquidiſtantes eſſe non poſſunt. Tangunt enim circulum non in extremis diametri, ſed in extremitatibus cordæ alicujus ſubtenſæ circumferentiæ ſemicirculo minori & non in extremitatibus diametri. Quapropter anguli in contactu non erunt recti per xviii. tertii elementorum Euclidis. Cumque radii à majori magnitudine deſcendant, neceſſe eſt illos angulos minores eſſe rectis, quos radii ex parte ſubtenſæ prædictæ à luminoſo remotiori conſtituunt. Per xi. igitur communem ſententiam ad illam partem neceſſario concurrent. Quod ſi æqualia ſunt invicem, umbroſum, & luminoſum, radii neceſſariò, cadent in extremitates diametri umbroſi, ideoque invicem æquidiſtantes erunt, & nunquam concurrentes, etiam ſi infinitum protrahantur, per diſinitionem linearum parallelarum. Si ergo majus fuerit umbroſum, neceſſe eſt umbram cum prima ſtatum trium eſſe contrariæ diſpoſitionis. Quare everſæ erit pyramidis ſecundum longitudinem & latitudinem, quæ figuræ à Græcis ἀνάκλασις appellatur. Id tamen dico, cùm luminoſum cum umbroſo in eodem plano eſſe contingit.

PROPOSITIO XXV.

Umbram eſſe lumen diminutum.

Ex quarta hujus patet, quod quamvis opacum impediat lucis directum & principalem tranſitum, tamen non poſſit prohibere quominus lux ſecundaria circunquaque ſe diffundat. Eſt igitur umbra lux diminuta, ſcilicet, ubi eſt privatio lucis primariæ,

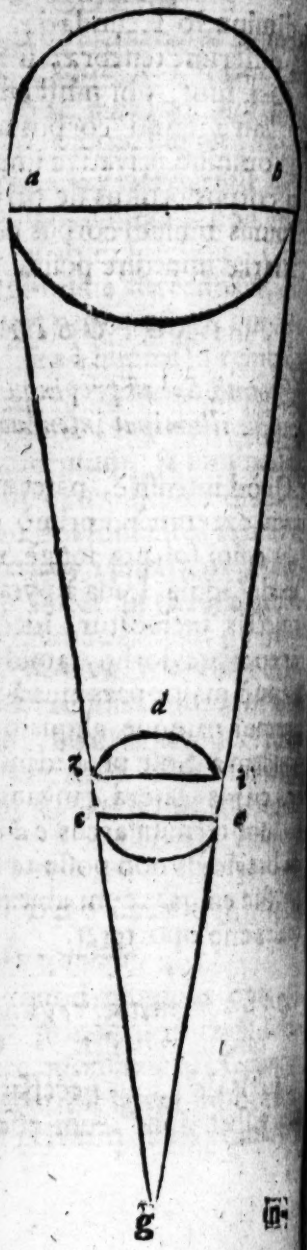
& diminutio ſecundariæ. In hoc autem ab umbra differunt tenebræ, ſi tamen alicubi ſunt, quòd tenebræ ſunt, ubi nihil eſt de lumine. Neſcio enim, an aliquod corpus mundanorum, tranſitum lucis omnino privativè impedire poſſet, cùm nullum corpus penitus ſit privatum lucis natura, aut ad minus nullum corpus circunfulgentiam lucis ſecundariæ impedire poſſit.

PROPOSITIO XXVI.

Quantò Sol eſt propinquior Lunæ, tantò eam magis illuminat intenſivè & extenſivè.

Quòd intenſivè, patet ex xviii. hujus. Quòd etiam extenſivè, primò conſtat ex xxii. hujus. Solis enim ſphæra longè major eſt ſphæra Lunæ. Deinde, quia Luna à pyramidibus radioſis à Sole projectis includitur, ideò quò Soli propinquior erit, eo à breviori pyramide circumcingetur. Quare & tantò major pars ejus à Sole illuſtrabitur. Imaginemur namque aliquam longiorem radioſam pyramidem à Sole procedentem veluti pyramidem *a b g*, cujus latera tangant Lunam in punctis *c e*, qui ſunt termini arcus *c d e*. Dico latera pyramidis brevioris non poſſe tangere extrema arcus *c d e*. Sic enim, cum ab eadem baſi procedant, æquales eſſe oporteret.

Item dico non posse latera pyramidis brevioris tangere extrema arcus minoris quã *c d e*, utpote arcum *z d i*. Quoniam radios per *z i* terminos productos impossibile est concurrere, & pyramidem constituere. Si nãq; constituent breviorem, prius secabunt latera pyramidis longioris: deinde concurrent in conum, quod est impossibile, cum utraq; ab iisdem terminis procedat. Est itaq; manifestum, cum latera pyramidis brevioris non possint attingere terminos circumferentiæ in Luna, quos attingunt latera pyramidis longioris, neq; terminos his circumferentiis minores: necessario latera pyramidis brevioris attingere terminos circunferentiarum majorum. Quare quo Sol est propinquior Lunæ, cò magis eam illuminat



intensivè & extensivè. Quod autem in conjunctione Luna non videtur, cum sit Soli propinqua, fit quod superior Lunæ pars, & Soli obversa illuminatur, & non nisi modica ejus pars cernitur, donec à Sole elongetur.

PROPOSITIO XXVII.

Omne corpus visibile radios habere.

Radius enim nihil aliud est, nisi species rei visibilis in directum facta porrectione. Corpora tamen luminosa dicuntur principaliter radiare: quia radiis cætera corpora colorata illustrant, & Sol præcipuè, cujus radii sunt sensibiles.

PROPOSITIO XXVIII.

Visionem fieri per lineas radiosas rectè super oculum orientes.

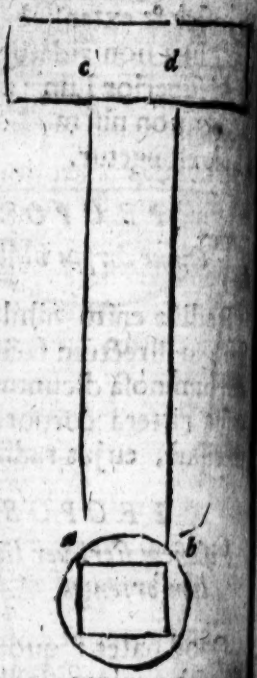
Quod patet: quoniam nisi species rei visibilis distinctè oculum sigillarent, oculus partes rei non apprehenderet distinctè, nec posset esse distinctio partialium specierum, partes rei repræsentantium; nisi per lineas rectas. Alias enim invicem confunderentur, & oculo rem confusè præsentarent. Amputis abscissis lineis rectis, inter visibile & visum cessat visio. Igitur oppositum oppositi est causa.

PROPOSITIO XXIX.

Oculus quantitati capiendæ non congrueret, si rotundus non esset.

Multis de causis necessarium fuit, organum virtutis visivæ sphericum esse. Cùm enim ad cita

quæ objiciuntur, percipienda visu, requiritur velocitas motus & revolutionis oculi, nulla alia figura quã sphærica magis idonea erat. Hæc etiam cum sit capacissima omnium Isoperimetrorum, id est, æqualem ambitum habentium, & perfectissimâ, tantùm in ea, omnia corpora cujusque rationis, quæ ad visionem requiruntur, commodissimè & perfectissimè coadunari & invicem coaptari poterant. Et si esset oculus alterius figuræ, ut pote planæ, nulla res majoris quantitatis, quam esset oculus, uno aspectu videtur: quod manifestè falsum est. Quoniam visio distincta solùm fit per lineas radiosas rectè, hoc est, perpendiculariter ad superficiem oculi pervenientes: si oculi superficies esset plana, clarum est, nullas perpendiculares super eum venire, nisi à superficie æquali sibi. Ponatur per impossibile, quod plana superficies oculi sit *a b*, & res visa sibi æquidistans *c d*, & ex *c d* punctis ducantur lineæ perpendiculares in rem visam, *a b*, *b d*.



Cum igitur ex hypothesi siquidem nullum inde sequitur inconveniens, *a b* & *c d* assumantur pari

lelæ, & *a c*, *b d* ex conſtructione ſint utrique plano perpendiculares, ideoque per vi. propoſitionem xi elementorum Euclidis parallelæ: & quia anguli parallelogrammi adſunt æquales, per x. communem animi conceptionem, quia recti, ſequitur *a b* & *c d* latera eſſe æqualia, per xxxv. primi elementorum Euclidis: & ita res viſa, magnitudinem viſus non excederet: & ſi planum vel linea *c d* in directum continuumque projiceretur, nihil de ea conſpiceretur. Oculi igitur ſuperficies non eſt plana, ſed ſphærica, ad cujus centrum fiat concurſus linearum radialium à longè majori magnitudine, quàm ſit oculus.

PROPOSITIO XXX.

Corpora diverſarum diſpoſitionum, requiruntur neceſſario ad oculum conſtituendum.

Cum namque pars illa in qua conſiſtit & viget potentia viſiva, ſit tenera, & quæ ex facili lædi poſſit, propter perſpicuitatem & aqueam compoſitionem ſeu complexionem. Quæ, niſi talis eſſet, neque congrueret ſubtilitati ſpirituum à cerebro venientium, ad impertiendum oculis vitam, neque in ea parte, niſi eſſet ſubtiliſſima, & puriſſima, reddi & fulgere imagines ſeu ſpecies acceptæ poſſent. Quare ut hic humor in ſuo eſſe conſervaretur, & à læſione ac qualicunque corruptione defenderetur, opificis Dei providentia ita cautum eſt. Hic humor vocatur Chryſtallinus ſeu glacialis propter perſpicuitatem, & quia aliquantulum ſpiſſus eſt. Jacet autem in medio oculi in modum ſphærulæ albæ compreſſæ tendentis ad lenticularem figuram: &

quia humidus, à luce passibilis est, idque non so-
lum ex perspicuitate, sed passibilitate sensus: &
quia subtilis est, facilitèr movetur, & objecta re-
cipit: denique propter spissitudinem ejus, quæ a
eo sentiuntur, retinet, ne citò evanescant. Post
hunc humorem, à parte posteriore, ceu gemma
annulus, alius humor continet. Hic, ut Ga-
nus testatur, Chrystallinum fovet & nutrit, & qui
est aliquanto subtilior, & vitro liquefacto similis, vitreus humor appellatur. Separantur autem ab invicem hi duo humores tenui quadam tunica, ideoque aranea vocata, quæ & ambos circundat, & tanquam in unam sphæram colligit. Hanc sphæram ambit alius humor, qui Albugineus dicitur: quem quidã volunt esse excrementũ Chrystallini humoris: est ovorum albo similis, est fluidus & aliquãto tenuior. Hujus officiũ est humectare Chrystallinum, ne à siccitate telæ, eum circundantis cor-

rumpatur:

rumpatur: irrigat totum oculum, defendit & protegit Chrystallinum ab accidentibus extrinsicis. Albugineum humorem circundat tunica quædam densa, villosa, nec admodum diaphana, quia intra præfinitos terminos detinetur, & in justo calorum temperamento conservatur. Hæc tunica dicitur uvea, quia nigra est, ut uva, & obscurat jam dictos humores: aliàs enim species visibiles in iis non retinerentur, sicut neque in speculo, plumbo non subducto. Et ut species visibiles possent recipi, est perforata circulari foramine, cujus diameter est quasi æqualis lateri quadrati inscriptibilis circulo magno sphæræ uveæ. At ne ex hoc foramine Albugineus humor effluereret, superinducta est alia tunica ad similitudinem cornu, firma: & ut sit speciebus visibilibus pervia est, pellucida, quare & cornea dicitur. Hæc tunica totum oculum complectitur, sed tantum supra foramen est diaphana, alias densior & solidior. Tandem est alia tunica, quæ consolidativa vel conjunctiva nuncupatur: hæc retinet totum oculum in sua dispositione, & conjungit oculum capiti, ac ambit oculum usque ad foramen, seu partem corneæ pellucidam. Atque ex his apparet oculum constare tribus humoribus, & quatuor tunicis. Alii verò, qui hæc diligentius & ex professo tractant, inquirunt originem dictorum humorum & tunicarum, dicunt uveam oriri à pia matre, & corneam à dura matre; item oculum constare ex tribus humoribus & septem tunicis: quod tamen ideò fit, quia ex dictis tres tunicas discernunt locis. Prima est consolidativa vel conjunctiva. Deinde corneæ pars anterior

dicitur cornea, posterior sclirotica. Uveæ pars anterior vocatur uvea, posterior secundina. Similiter Aranea ab anteriori parte suum nomen retinet, à posteriori Retina nuncupatur. Sed hæc relinquemus Physicis & Medicis excutienda. Quomodo tamen oculus super extremitatem nervi optici componatur, & oculorum tunicæ à nervi tunicis oriantur, & humores à cerebro procedant, in apposito schemate oculi, aliquo modo est videre. Nos hîc solum inquirimus, quæ ad eccentricitatem & concentricitatem pertinent, sive ad fractionem radiorum, vel directionem.

PROPOSITIO XXXI.

Aliqua corporum oculum constituentium, à sphæra necesse est deficere complemento.

Verbi gratia, consolidativa, scilicet, albugo vel pinguedo, quæ circundat oculum, si totum oculum circundaret, oculus nihil videret, quia ipsa diaphanitate caret. Similiter uvea habet foramen in anteriore parte. Similiter & glacialis deficit à rotunditate, hoc est, complemento sphæræ.

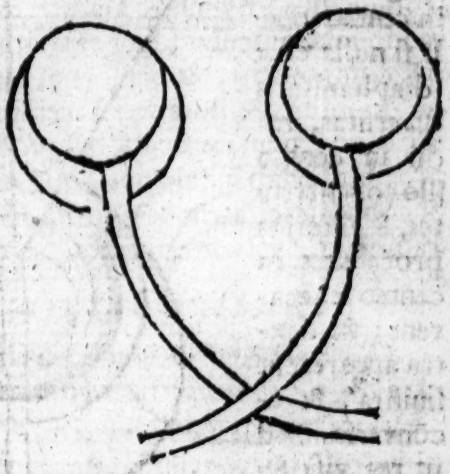
PROPOSITIO XXXII.

Oculorum dualitatem necesse est reduci ad unitatem.

Duo sunt oculi ex creatoris benignitate, ut si unus impedimentum vel vitium accidat, alterius beneficio fruamur luce, sine qua vita à morte nihil differet. Ab anteriori parte cerebri oriuntur duo nervi concavi, directè ad interiorem partem faciei tendentes. Hi conjunguntur & fiunt unus nervus,

ac

ic in processu iterum in duos consimiles nervos oticos dividuntur, ita ut commutato situ dexter fiat sinister, qui, ut rami protendentur ad duo foramina concava sub frõte, quibus oculi continẽtur, & in ea immittuntur per parva quædam foramina, ac deinde dilatantur, & supra ipsorum extremitatibus oculi constituuntur. Quare species visibilium per utrumque oculum recipiuntur. Quod si istæ species non unirentur, res una duæ apparerent: sicut etiam patet, si digito suppositio uni oculorum, & à suo situ elevetur, res una duæ videntur: quia species per duos oculos receptæ in communi nervo non conjunguntur. Necesse igitur est in communi nervo species uniri. Quod est propositum.



PROPOSITIO XXXIII.

Sphærarum oculum constituentium, necesse est aliquas mutuo esse eccentricas.

Cum

Cùm enim pyramidis radiosæ conus imaginabilis fit in centro oculi, si nulla esset diaphanitatis diversitas, radii in centro illo concurrentes, & ulterius procedentes, in centro se secarent: & dextra apparerent sinistra, & econverso. Sed ut res visa secundũ situm, figuram & ordinem suarum partium videretur, naturæ

industria efficit, ut humor Chrystallinus idem centrum haberet, cum cornea & humore Albugineo: ne scilicet species visibiles per ipsas transeuntes, antequam pertingant ad vim sensitivam, quæ in glaciali viget, frangantur. Deinde occurrente vitreo humore, posuit eum eccentricum, ut antequam radii ad centrum oculi pervenirent, quia subtilior est Chrystallino, in eo disgregentur radii, & à perpendiculari frangantur: & exinde per viam spirituum,

rtuum, ſpecies uſque ad locum interioris judicii deferantur.

PROPOSITIO XXXIV.

Omnium tunicarum & humorum centra, una continet linea.

Quoniam aliter non poſſet lux omnes tunicas & humores regulariter intrare, nec aliquis radius non fractus permanere poſſet, & per conſequens certificatio non poſſet eſſe, per deportationem oculi ſuper viſibile ab extremo ad extremũ.

PROPOSITIO XXXV.

Omnium radiorum ſuper viſum orientium, unum ſolummodo neceſſe eſt tranſire non fractum.

Cujus ratio eſt: quoniam ſuper ſphæras eccentricas impoſſibile eſt plures eſſe, quàm una linea, perpendiculares. Pyramis igitur radioſa, ſub quares videtur, tota in ingreſſu humoris vitrei frangitur, iſta linea radioſa excepta, quæ per omnia centra tranſit, & quæ axis pyramidis appellatur.

PRO-

PROPOSITIO XXXVI.

Visum vigere in humore Chrystallino vel glaciali.

Hoc docet experientia. Quoniam si aliqua tunica vel aliquis humor læditur, glaciali salvo & illæso, per medicinam curationem recipit, & visus restituitur. Ipso verò glaciali corrupto, & visus irrecuperabiliter corrumpitur.

PROPOSITIO XXXVII.

Visionem fieri per hoc, quod in glaciali est ordinatio speciei, sicut rei exterius.

Quod hoc sit possibile, neque glacialis parvitas obstet, manifestum est: quoniam tot sunt partes minimæ, quot sunt maximæ quantitatis sive magnitudinis ejusdem speciei. Et species visibiles sine materia recipiuntur: ergo quantumcunque sit visibile quod videtur, species ejus distinctè & ordinatè, in glaciali humore recipiuntur: quod nisi fieret, oculus rem distinctè non videret. Si enim species duarum partium rei visibilis, in eadem parte glacialis reciperentur, partes rei, propter confusionem formarum moventium oculum in eadem parte, non cognoscerentur distinctè.

PROPOSITIO XXXVIII.

Rei visibilis comprehensio, fit per pyramidem radiosam. Certificatio verò comprehensionis, fit per axem ejus super visibile transportatum.

Pyramis enim radiosa, à visibili oculo impressa, rem oculo repræsentat. Sed certificatio de visibili, fit per rotationem oculi super rem, quæ basis est pyramidis,

midis. Quamvis enim tota pyramis sit perpendicularis super centrum oculi, hoc est, glacialis, non tamen supra totum oculum, unde sola illa perpendicularis, quæ axis dicitur, quæq; non refrangitur, rem efficaciter repræsentat: & alii radii quanto sunt ei propinquiores, tanto sunt potentiores & fortiores in repræsentãdo. Ad hoc igitur oculus rotatur, ut res, quæ sub pyramide repræsentatur, simul oculo per hanc perpendicularem successive orientem perspicacius discernatur. De hac certitudine loquitur Euclides de visu, cum inquit. Nullum visibile simul totum videri, sed per immutationem pyramidis. Cum itaque omnis res visibilis sub pyramide videatur, cujus conus sit in oculo, & basis in re visa, patet omne quod videtur, sub angulo videri.

PROPOSITIO XXXIX.

Non sub quocunque angulo rem videri.

Non est visio sub angulo acutissimo, id est, angulo contingentiæ, quia iste angulus, ut Euclides in tertio elementorum probat, est indivisibilis. Angulus autem sub quo aliquid videtur, est divisibilis, & dividitur per axem. Amplius determinata est anguli magnitudo, sub quo visio esse potest: quia diameter foraminis uveæ, sicut docetur in Anatomia, est quasi latus quadrati, quod describitur intra sphæram uvæ. Ergo si ab extremis hujus foraminis, ad centrum lineæ ducantur, constituent ad centrum uveæ angulum rectum. Hoc patet: quia in quadratis, linieæ diagoniæ secant se ad angulos rectos. Quare si in centro uveæ esset visio, sub angulo recto præcise fieret visio, assumpto scilicet quod diameter foraminis sit præcise latus quadrati.

Sed

Sed centrum oculi, id est, centrum glaciale, interius est quàm centrum uveæ. Quia uvea minor est quàm cornea, & secat corneam, siquidem foramen ejus corneæ applicatur. Maximus igitur angulus sub quo est visio radiosa, minor est recto, nisi foramen uveæ sit paulò majus quantitate prædicta. Verùm hæc non sunt intelligenda de visione, quæ fit per radios extra pyramidem radiosam super oculum orientes, de quibus infrà dicendum erit.

PROPOSITIO XL.

Visionem fieri curta pyramide & angulo inchoato.

Hæc ex prædictis patet. Quoniã omnes radii pyramidis, uno excepto, vitreo humori occurrentes, frangũtur, ut dictum est, à perpẽdiculari, nec ulterius in conum constringuntur. Quamvis igitur radii ad angulum inclinentur, non tamẽ ad angulum cõcurrunt, nisi

Imagi-

ginariè tantùm. Sed cùm ſpecies viſibilis perue-
nit ad vitreum humorem, procedit magis ſecun-
dum legem ſpirituum, quàm ſecundum legem dia-
phanitatis. Incurvatur enim ſecundum legem ſpi-
rituum, uſque ad nervum. Proinde pyramis in
oculo non abſolvitur, & viſio ſub decurtata pyra-
mide fit, ac angulo inchoato.

PROPOSITIO XLI.

*Declinatio radiorum angularis juvat ad compre-
henſionem quantitatis.*

Hoc patet: quoniam per diſpoſitionem ſpeciei
in glaciali, habetur cognitio rei. Quanto igitur
radii ad acutiorem angulum declinant tanto plus
ſpecies adunantur & conſtringuntur. Quare per
conſequens neceſſe eſt, niſi aliud impediat, ut rei
quantitas propterea minor videatur in oculo. Qua-
propter etſi notitia anguli, ſub quo res cernitur ju-
vat ad comprehenſionem rei, tamen non ſufficit, ut
infrà demonſtrabimus.

PROPOSITIO XLII.

*Per radios, qui obliquè ſuper oculum oriuntur, vi-
ſio vigoratur & ampliatur.*

Quod viſus vigoretur per radios obliquè à viſi-
bili procedentes, patet. Quoniam etſi principali-
ter per ſolos radios perpendiculares oculo viſio
certificata & diſtincta fiat, tamen certum eſt, quod
licet quilibet punctus in viſibili ſignatus per radium
ſuum oculum perpendiculariter tangentem videa-
tur: nihilominus, ut ex prædictis patet, per radios
obliquos

obliquos ab eodem puncto procedentes, totam pupillam, tanquam basim pyramidis illuminationis occupat, qui occurrente medio densiori in pupillæ superficie refranguntur ad perpendicularem, & visionem directam inde coadjuvant. Dominantur enim radii perpendiculares, & hujusmodi obliqui cooperantur. Porrò etiam manifestum est, & visionem ampliari per radios obliquos. Constat namque experientia, extra pyramidem radiosam aliqua videri, hoc est, angulum pyramidis radiosæ minoris latitudinis esse, quàm res se habeant, quæ uno aspectu videri possunt. Radii igitur illarum rerum tangunt & movent oculum, per radios ingressu oculi fractos, & ad centrum oculi declinantes, ut talia ab oculo debiliter advertantur. Quare per hæc visio ampliatur. Ista tamen quæ sunt oculo facialiter objecta, efficacius repræsentantur, quia tam rectè quàm per refractionem apprehenduntur. Quare autem punctus per diversos radios præsentatus, in uno loco appareat, tangetur in tractatione de radiis fractis.

PROPOSITIO XLIII.

Operationem visibilis in visum esse dolorosam.

Hoc probatur. Quoniam operatio in visum est unius generis: & operatio fortis ac exuperantis lucis, est sensibiliter, læsiva & dolorosa, sequitur omnes lucis operationes tales esse, tametsi non perpendatur. Hinc etiam est, quòd nullum visibile tam delectabile est oculo, quod continua inspectione ipsum non defatiget, cujus quidem defatigationis, præcedens inspectio causa esse videtur. Sunt tamen qui

diversum sentiant. Cùm enim sensibile sit perfectio sensus, concludunt igitur in actu sentiendi non esse aliquid quod lædat aut corrumpat, nisi immoderatum & excussivum sit. Neque admittunt visionem si excellens sensibile inducit dolorem, ergo mediocre. Quoniam vehemens motus gravat, mediocris autem motus juvat & delectat. Quod autem hic proponitur, ad visionis cujuslibet propagationem restringendum, & non de quacunque brevi inspectione intelligendum est.

PROPOSITIO XLIV.

Mathematicos, ponentes visum per radios ab oculo micantes fieri, superflua conari.

Visio enim sufficienter fit per modum præscriptum, per quem salvari possunt omnia, quæ sunt circa visum apparentia. Ergo superfluum est sic radios ponere. Et hæc dico ex sententia autoris perspectivæ, aliter enim docet Alkindus de aspectibus, aliter Platonici senserunt, aliter Philosophi, qui naturalia tractant, in multis locis sapere videntur, aliter & D. Augustinus innuere videtur, cùm inquit, quòd virtus animæ aliquid in lumine operetur aliter, quàm adhuc sic investigatum.

PROPOSITIO XLV.

Radios quoscunque ab oculo micantes, & super visibile orientes ad visionem impossibile est sufficere.

Quòd si ponantur radii ab oculo exire super rem visibilem, idque donec contingat: aut redeunt ad oculum, aut non. Si non redeunt, visio per eos non

fit, cùm anima à corpore non exeat. Si redeunt, qua revertuntur ratione? nunquid animati sunt? nunquid omnia visibilia specula sunt, radios reflectendo? Porrò etsi concedamus redire cum forma visibili ad oculum, tamen frustra exeunt. Quoniam enim Lux ipsa, vel forma visibilis virtute Lucis, in totum medium se diffundit, igitur non est necesse, ut radius quasi nuncius requiratur. Denique quomodo aliqua virtus oculi usque ad sidera protenderetur, etiamsi totum corpus in spiritus resolveretur.

PROPOSITIO XLVI.

Lumen oculi, naturali radiositate sua visui conferre.

Oculus enim, ut dicit Aristoteles, non solùm patitur, sed etiam quemadmodum splendida corpora agit. Lumen ergo naturale, ad alterandas species visibiles, & ad efficiendum proportionalitatẽ virtuti visivæ, necessarium est oculo. Quoniam species visibiles ex luce Solari diffunduntur, sed ex lumine oculi connaturali, oculo contemperantur. Sic ergo patet, quòd aliquo modo fit emissio radiorum, sed non modo Platonico, ut radii ab oculo emissi, in forma visibili intingantur & immergãtur, & intincti revertantur oculo nunciantes. Aliquid tamen radii modo prædicto in visibile operantur. Quoniam enim visus in omnibus animalibus est ejusdem rationis: & quædam animalia per lumen oculorum suorum sufficiunt coloribus virtutem multiplicativam dare, ut ab eis nocte videri possit: sequitur quod lumen oculi aliquid in lucem operetur, & an aliquid ulterius faciant, non

defunto, nisi quatenus autoris perspectivæ, ut dictum est, vestigia sequor.

PROPOSITIO XLVII.

Sine luce nihil videri.

Color enim sine luce, non potest efficaciter radiare, quoniam primum in omni genere, est causa posteriorum. Prima autem radiositas, est lucis, & ideo omnis alia ab ipsa causatur. Color igitur ad minus efficaciter radiare non potest, nisi luci admixtus.

PROPOSITIO XLVIII.

Visum nihil comprehendere, nisi proportionali distantia præsentatum.

Distantia siquidem vel remotio rei visibilis requiritur ad visionem. Si enim res visibilis oculo supponatur, lux super eam non perfunditur, & per consequens non potest movere visum. Quod si res visibilis sit luminosa, & oculo supponatur, videbitur quidem quia (ut in xlvi. dictum est) visibile per lumen oculo contemperatum & proportionatum fit. Quidam senes melius vident in majori distantia quàm in minori. Quoniam major distantia est eorum visui proportionalis, talem enim lumen invisecum multum est, sed non clarum, & in majori distantia disgregando serenatur, & serenatum speciei rei visibilis superfunditur, ut efficacius moveat, fiatque visio melior. Ita alii sunt, qui à propinquo vident melius, & hi habent lumen modicum & serenum. Qui verò multum & clarum habent, illi à remotiori exactius vident. Super omnes autem

tem alios illi, qui oculos profundos habent, cæteris paribus à remotiori vident: quia radii luminares ab oculo micantes non ita disperguntur, sicut ab oculis eminentibus. Ac semper radii conjuncti & adunati fortius super visibile porriguntur. Patet itaque propositum, visum ad visibile, ut fiat visio, in proportionali invicem habitudine & distantia esse oportere.

PROPOSITIO XLIX.

Sola videri, rectè facialiter objecta.

Hoc patet ex prædictis. Visus enim fit principaliter per pyramidē radiosam àbasi oppositā super visum perpendiculariter orientem. Fit etiam visus per radios extra pyramidem super oculum orientes. Sed super oculum oriri non possunt, nisi qui ex adverso oculo se repræsentant, & in superficie oculi non cadunt. Et dico videri rectè facialiter objecta, quoniam in speculis reflexivè aliqua aliter videntur, ut infrà videbitur.

PROPOSITIO L.

Nihil videri nisi proportionaliter quantum.

Cujus ratio est: quoniam, ut suprà patet, visio fit per pyramidem radiosam, cujus basis est res visa. Ergo necesse est, illud, quod videtur, esse quantum & esse proportionabiliter quantum. Non igitur diminutum: tale enim non sufficeret ad impressionem speciei oculo efficaciter aut dolorosè, ut dicit xliii. Et corpus excellentis magnitudinis uno aspectu videri non potest, ut patuit ex xxxix.

PRO-

PROPOSITIO LI.

Visum non fieri nisi per medium diaphanum.

Cujus ratio: quia species non nisi per corpora diaphana possibile est, ut oculo imprimantur. Eorum enim subtilitas congruit multiplicationi formarum, sine materia, & materialibus conditionibus ad visum. Verùm cùm omne corpus influentiis cœlestis susceptivum sit, necessariò sequitur nullum corpus omnino carere perspicuitate, cum & perspicuitas superioribus & inferioribus corporibus sit communis. Ideoque nulla densitas, transitum virtutum & specierum, quamvis nos lateat, omnino prohibet. Hinc fortasse illud, quod de Lynceo dicitur, ortum est, quem perhibent saxa quoque & arbores oculorum acie penetrasse.

PROPOSITIO LII.

Omne visibile necesse est medium in densitate transcendere.

Nihil enim potest esse coloratum aut luminosum, nisi densum. Nec visibile glacialem movere posset, si magis medio esset perlucidum. Item sine luce nihil videtur, ut patet ex xlvii. hujus, si autem illud quod videtur, perspicuum esset, sicut aër, lux in eo consistere & figi non posset: non ergo videretur. Omne itaque visibile, ut videatur, medio densius esse oportet.

PROPOSITIO LIII.

Omnia quæ videntur, tempore comprehendi.

Immutatio enim visibilis, non nisi in tempore fit sensibilis, sicut docent illusiones sensuum in veloci

quorundam transportatione. Similiter discretionem rei non nisi in tempore fieri, patet: quia in veloci circungiratione alicujus corporis, punctus videtur esse circulus. Item cælum velocissimè movetur, nec tamen ejus motus percipitur, nisi in tempore perceptibili. Amplius, quamvis secundum quosdam, immutatio possit fieri in instanti, quod non pertinet ad hanc philosophiam, ut infra demonstrabitur: certitudo tamen de visibili non fit nisi in tempore, scilicet transportatione axis radialis pyramidis super rem visam, ut patet ex xxxviii. propositione præmissa.

PROPOSITIO LIV.

Visionem non fieri lucidè sine congrua sanitate oculi.

Hoc ideo dicitur, quia error visus aliquando est à causa exteriori, per egressum à proportione in aliqua conditione ad visum necessaria, ut in distantia, oppositione, vel hujusmodi alia apprehensione: aliquando ex causa interiori, sicut ex oculi debilitate & paucitate spirituum, vel ex infectione oculi ab extraneo humore vel læsione.

PROPOSITIO LV.

Varias & multas esse intentiones visibiles, & quasdam primariè, quasdam secundariè comprehendi.

Siquidem viginti duæ sunt intentiones visu comprehensibiles, Lux, Color, Remotio vel distantia, Situs, Corporeitas, Figura, Magnitudo, Continuatio, Discretio vel separatio, Numerus, Motus, Quies,

les, Aſperitas, Levitas, Diaphanitas, Spiſſitudo, bra, Obſcuritas, Pulchritudo, Turpitudo, Si- itudo & diverſitas. Hæ ſunt principales inten- Et aliæ ſecundariæ, quæ ſub his continen- ſicut ordinatio ſub ſitu collocatur, & ſcriptu- ve ſculptura ſub ordinatione & figura, rectitu- curvitas ſub figura. Item multitudo & pau- ſub numero, æqualitas & augmentum ſub fi- udine & diverſitate, alacritas & riſus, & hu- odi quæ comprehenduntur ſub figura faciei, de aliis multis. Principaliter ſiquidem mo- viſum, lux & color, ſuis ſpeciebus oculum antes, & ex conſequenti alias prænominatas intenſiones viſui repræſentantes, quæ ſub iiſ- qualificantur.

PROPOSITIO LVI.

Non omnes intentiones viſibiles comprehendi ſenſu ſpoliato.

Per ſenſum ſpoliatum, intellige ſolum ſenſum, niam quædam comprehenduntur non ſolo ſen- ſed cooperante virtute diſtinctiva & argumen- atione, quaſi imperceptibiliter commixta: quæ- dam etiam adminiculo ſcientiæ acquiſitæ. Exempli gratia, cùm comprehenduntur duo individua, & milia, ipſa ſimilitudo neutra eſt formarum, neque comprehenditur ſolo ſenſu, ſed collatione unius ad alterum: ſimiliter etiam colorum differentia & ali- arum rerum. Amplius, ſcriptura non comprehen- ditur ſolo ſenſu, ſed per diſtinctionem partium e- jus, quam facit vis diſtinctiva mediante viſiva. Si- militer res aſſuetæ cùm videntur, ſtatim cognoſ-

cuntur, quod non est nisi ex relatione speciei receptæ ad habitum memoriæ, & hoc quasi per ratiocinationem.

PROPOSITIO LVII.

In distinctione visibilium rationem imperceptibiliter argumentari vel operari.

Nullum enim visibile cognoscitur, sine distinctione intentionum visibilium, vel sine collatione, sive relatione rei receptæ ad habitum, vel ad universalia cognitorum prius à sensibilibus abstracta: quæ fieri non possunt absque ratiocinatione. Sed vis distinctiva in his communiter apprehensis, non indiget tempore perceptibili. Quia arguit per aspectum ad speciem sibi notissimam: nec arguit per compositionem & ordinationem propositionum. Vis enim distinctiva nata est arguere sine difficultate, quæ etiam aptitudo naturaliter elucet: quod & in pueris apparet, quod magis pulchra minus pulchris solent præponere, idque non nisi naturali ratione facta eorum comparatione.

PROPOSITIO LVIII.

Lucem & colorem comprehendi sensu spoliato.

Per hoc enim apprehenduntur, quis ultimum sentiens his tangitur.

PROPOSITIO LIX.

Inter lucem & colorem simul oculum moventes, solum discernere virtutem distinctivam.

Tangunt siquidem pupillam simul, & movent secundum eandem partem. Igitur in sensu confusè recipiuntur, & ita per sensum distingui nequeunt.

Qua-

Quapropter non distinguuntur nisi per experientiam de luce & colore habitam, & per scientiam acquisitam.

PROPOSITIO LX.

Quidditatem lucis & coloris solo sensu minimè comprehendi.

Quidditas coloris hic dicitur species coloris, quæ non nisi per relationes ad formas consuetas discernitur. Similiter & lucis quidditas, an sit lux Solis, vel Lunæ, vel ignis, ratione & scientia dignoscitur, non ex sensu, cùm tamen color, in quantum color, & lux, in quantum lux, sensu spoliato capiatur.

PROPOSITIO LXI.

Nullam intentionem visibilium, præter lucem & colorem sensu comprehendi.

Hoc patet, quia sola quidditas coloris inter omnes intentiones sive differentias immediatissima est coloris: sic & lucis quidditas, luci. Cum igitur istæ quidditates non capiantur solo sensu, multò minus aliæ quæcunque intensiones visibiles visu percipientur. Sed per distinctionem, argumentationem, & scientiam comprehendentur. Ex his patet, quòd solùm lux & color, & non quidditas lucis & coloris, sint proprium objectum visus.

PROPOSITIO LXII.

Colorem, in eo quòd color, prius comprehendi sua quidditate.

Hoc ex præmissis patet. Quoniam color, in eo quòd color, sola intuitione capitur. Quidditas autem ejus non nisi per scientiam & argumentationem cognoscitur, sicut experientia docet. Coloratum enim

enim in Luce ſubobſcura poſitum, coloratum eſſe cernitur, & tamen quidditas ejus ſpecifica & individua ignoratur.

PROPOSITIO LXIII.

Sola diſtantia mediocris eſt viſui certificabilis, & hoc per corpora interjacentia continuata & ordinata.

Diſtantia ſiquidem viſibilis, viſu non comprehenditur, ſed ratiocinatione colligitur, ſicut in hac arte ſeu philoſophiæ parte docetur. Res clauſis palpebris non videtur, quæ apertis: illud igitur quod videtur, viſui non adhæret. Hoc manifeſtum eſt, neque alia probatione indiget. Quare comprehenſio quantitatis diſtantiæ, accipienda erit à quantitate corporum interjacentium. Verbi gratia, nubes in planitie terræ videntur cælo conjunctæ: in montoſis autem locis, terræ propinquæ: quia alicubi montium altitudinem non excedunt. Certificatio igitur diſtantiæ nubium à viſu, habebitur per comprehenſionem corporis interjacentis. Quod ſi tamen corpora interjacentia non fuerint ordinata, ſed confuſa, non poterit apprehenſio quantitatis diſtantiæ certificari. Deinde ſi diſtantia non eſt mediocris, viſus non pertinget ad plenam diſtinctionem corporum interjacentium remotorum, propter debilitatem ſpeciei viſibilis ex diſtantia, ſicut docetur ſuprà propoſitione xlviii.

PRO-

PROPOSITIO LXIV.

Certificari quantitatem distantiæ, per resolutionem interjacentis spatii, ad magnitudinem mensuræ certitudinaliter notæ.

Si enim corpora interjacentia sunt secundum partem & totum æqualiter incerta, nunquam certificabitur ex ipsis incerta distantia. Necesse igitur est, in ea aliquod certum reperiri, cujus quantitatis notitia, per experimentum sit nota, ad quod totum spacium resolvatur, sicut ad pedem, vel quantitatem corporis mensurantis, vel ad aliquid, quod sit promptum imaginationi mensurantis.

PROPOSITIO LXV.

Distantiam horizontis majorem apparere, quàm alterius cujuscunque partis hemisphærii.

Hoc patet per lxiii. præmissam. Si enim per corpora interjacentia distantiæ quantitas dignoscitur, ubi major magnitudo interjacere videtur, necesse est, ut etiam major distantia esse videatur. Sed inter Horizontem & videntem tota terræ latitudo interjacere videtur. At inter videntem & punctum cæli verticale nihil interjacere videtur. Quare incomparabiliter plus distare videtur Horizon, quam alia pars cæli quæcunque.

PROPOSITIO LXVI.

Horizontem apparere terræ cohærentem.

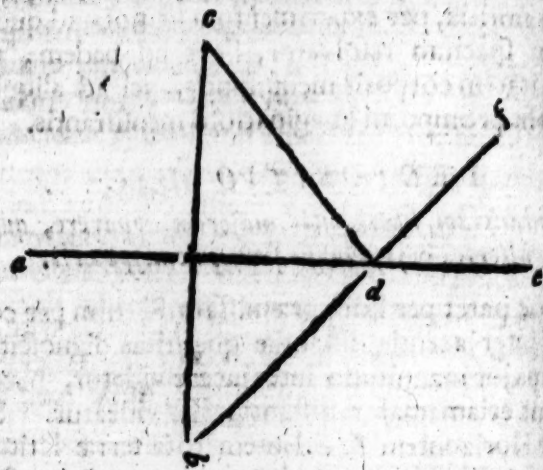
Cujus ratio est: quia spacium, quod est inter ultimam partem terræ visibilem, & cælum, nullo modo comprehenditur.

PRO-

PROPOSITIO LXVII.

Longitudinem radiorum à visu comprehendi.

Quod patet experimento in speculis, ubi res creditur esse extremitate linearum radialium, quas totas existimat porrigi in continuum & directum, & per illas judicat visibile contra partem, quæ visum movet. Unde species movens oculum, non solum ostendit oculo ipsum objectum, sed etiam medium radium, cujus ipsa species est extremum: in quo tamen radio medio figi non potest aspectus, quia totus iste radius similitudo est alterius rei visibilis. Ex hac tamen propositione, radiorum egredientium fortissimum argumentum sumi posset.



PRO-

PROPOSITIO LXVIII.

Situm oppositionis rei visæ distinctione comprehendi.

Intentio siquidem Situs tria includit, oppositionem rei diametralem, & positionem rei respectu oculi secundum rectitudinem & obliquitatem, denique ordinem partium rei adinvicem. Primus igitur modus virtute distinctiva dignoscitur. Res enim hoc modo opposita facialiter esse comprehenditur: quia forma ejus super visum perpendiculariter oritur; quod esse non posset, nisi opponeretur. Amplius, cum opponitur, videtur: cum non opponitur latet.

PROPOSITIO LXIX.

Situm obliquitatis comprehendi, ex comprehensione diversitatis distantiæ extremorum rei visibilis.

Cùm enim certificatur distantia, secundum quod docetur in propositione lxiii. necesse est, ut si extrema inæqualiter distare reperiantur, quòd tunc res obliquè respiciens oculum judicetur.

PROPOSITIO LXX.

Tertiam situs differentiam, ex ordine speciei in oculo comprehendi.

Sicut enim ex ordine speciei comprehenditur ordinatio rei distinctæ, ut suprà ex xxxvii. propositione, sic & ordinatio partium cognoscitur.

PROPOSITIO LXXI.

Figuram rei visibilis comprehendi ex duabus ultimis situs differentiis.

Verbi

Verbi gratia, ex majori distantia medii quàm extremorum, comprehenditur concavitas: & è converso ex majori distantia extremorum quam medii, convexitas: & omnes figuræ incisionis comprehenduntur ex comprehensione ordinis partium secundum situm rei visibilis.

PROPOSITIO LXXII.

Figuram rei multum distantis minimè certificari.

Cujus ratio est: quia nec distantia certificari potest, & per consequens, nec situs, nec figura, nec aliæ descriptæ intentiones visibiles. Nam hæc docuit solam mediocrem distantiam esse visu certificabilem, in qua etiam sensu distincto figuras recomprehendere licet.

PROPOSITIO LXXIII.

Quantitatem anguli, sub quo res videtur, minimè sufficere quantitati rei visibilis capiendæ.

Quoniam si in circulo producantur diametri orthogonaliter se intersecantes, ponaturque una diametet facialiter ferè oculo objecta, reliqua verò non, & per consequens valde obliquè oculum respiciens, sub longè minori apparebit, ut patet in figura. Et apparebit tantò minor,

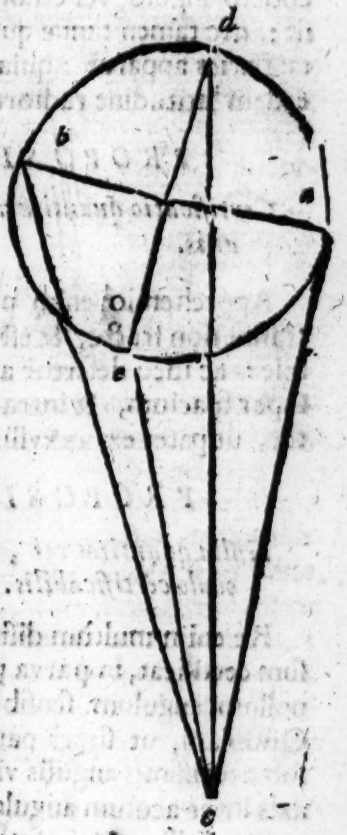
quanto

quanto angulus est alio minor: sicque non apparebit circulus, sed oblongæ figuræ.

PROPOSITIO LXXIV.

Comprehensionem quantitatis rei visibilis, ex comprehensione procedere pyramidis radiosæ, & basis comparatione ad quantitatem anguli, & longitudinem distantiæ.

Sola enim cognitio quantitatis anguli, ad quantitatem discernendam non sufficit, conferunt tamen ad hoc, sicut patet ex propositione xxix. hujus: ita neque sola remotio sufficit. Angulus quidem comprehenditur ex dispositione formæ in oculo. Et ipsi radii capiuntur ab oculo, ut docuit lxvii. propositio. Ut igitur habeatur certa notitia quantitatis, conferendus est angulus æqualis seu idem, cum inæquali longitudine radiorum ad basim, quæ quò est ab angulo remotior, eò major est. Constat enim lineas ab angulo procedentes tanto ab invicem plus dista-



Fe,

re, quanto remotius in continuum rectumque protenduntur. Quod etiam virtus apprehensiva quantitatis, non solùm ad angulum, sed & ad longitudinem distantiæ respiciat, experimento probatur. Si enim unus oculus respiciat aliquem magnum parietem, & ejus quantitatem certificet: manifestum est, si oculo opponatur manus, manum videri sub eodem angulo, vel etiam majori quàm paries visus sit: nec tamen tantæ quantitatis apparebit, quantæ paries apparuit: quia minùs distat, & tamen sub eadem latitudine radiorum & basis apparet.

PROPOSITIO LXXV.

Certificatio quantitatis fit completivè per motum axis.

Apprehensio enim per ipsum certior est, quia transit non fractè, & est perpendicularis super visibile: ac ideo defertur axis super basim ejusdem, & super spacium, & intra angulum sub quo res videtur, ut patet ex xxxviii. hujus.

PROPOSITIO LXXVI.

Nulla quantitas rei, immoderatè distantis, est oculo certificabilis.

Re enim multùm distante, axis, qui suo motu visum certificat, in parva parte rei visibilis transiens, nullum angulum sensibilem in centro visus facit. Quoniam, ut suprà patuit, res multùm distantes sub acutissimis angulis videntur: & ideo translatio axis inter acutum angulum modica, non est vi visiva perceptibilis, nec satis efficacis apprehensionis.

Amplius

amplius nec certificatur quantitas ſpacii interjacentis, ut docet lxiii. propoſitio hujus: patet ergo propoſitum.

PROPOSITIO LXXVII.

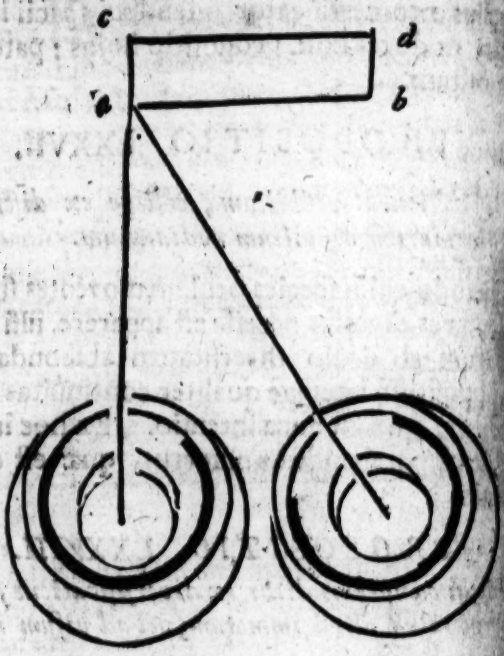
Diſtinctionem viſibilium, collige ex diſtinctione formarum viſibilium radiantium.

Quando enim ſpecies oculum moventes ſunt diverſæ, res diverſas neceſſe eſt apparere, niſi diſtantia earum ab oculo diverſitatem abſcondat. Et per oppoſitum intellige qualiter continuitas apprehenditur, quæ eſt nona intentio. Ex hoc intellige qualiter apprehenditur numerus, quæ eſt decima intentio.

PROPOSITIO LXXVIII.

Motus comprehenditur ex diverſificatione ſitus rei motæ ad aliud immotum, vel ad viſum ipſum.

Quamdiu enim res habet eundem ſitum ad aliud immotum, & ipſum immobile videtur. Et quia oculus nihil videt, niſi ſub forma præſcripta, per pyramidem radioſam, ideo motus percipitur, cùm ad centrum viſus in motu, angulus declinationis ſenſibiliter variatur: neque tamen ſolo ſenſu, ſed concurrente virtute interiori diſtinctiva motus comprehenditur.



PROPOSITIO LXXIX.

Omne visibile ad utrunque oculum ex majori parte consimiliter situari.

Quod patet: quoniam quando utroque oculo res inspicitur, utriusque oculi pupilla ad ipsam rem dirigitur, & axes utriusque oculi figuntur in eodem puncto rei visæ, qui centro utriusque oculi opponitur: & uno moto alius consimiliter movetur. Alii verò radii cujusque oculi majori ex parte consimilem situm, axium respectu, habent: & ideo res in majori parte uno & eodem modo disposita utrique oculo apparet. Quoniam, sicut

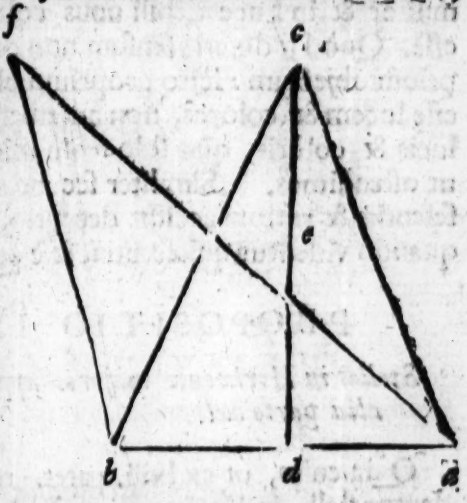
supra

pra oſtenſum eſt, certificatio de re viſibili eſt per

PROPOSITIO LXXX.

In variato ſenſibiliter ſitu viſibilis, duorum axium reſpectu, ipſum duo apparere.

Si enim viſibile ad unum axem ſit dextrum, ad alium ſiniſtrum, ſenſibili diverſitate, unum apparet duo. Verbi gratia, ſi axes duorum oculorum *a b*, figantur in puncto *c*, tunc unum viſibile in *f*, apparebit duo. Similiter ſi figatur in *e*, tunc duo videbuntur in *c*, quia utrumque eſt uni axi dextrum, alteri ſiniſtrum. Amplius ſi ex eadem parte reſpiciantur a-



bus, ſed ex magna declinatione ad unam partem, ſenſibilis variatio anguli, qui facit ſpecies in oculis; ideoque ſimiliter unum apparebit duo. Verbi gratia, *f* punctus ex eadem parte reſpicit utrumque axem *a b*, & *b c*, tamen propter magnam variationem anguli *f b c*, qui in oculo *b* longè major eſt quàm angulus *f a c*, in oculo *a*, fit diverſificatio ſitus in oculo, & unum apparet duo. Quòd etiam

tiam aliis modis unum appareat duo, suprà propositione xxxii. ostensum est.

PROPOSITIO LXXXI.

In apprehensione visibilium juxta sensum, scientiam rationem vel Syllogismum variè errare.

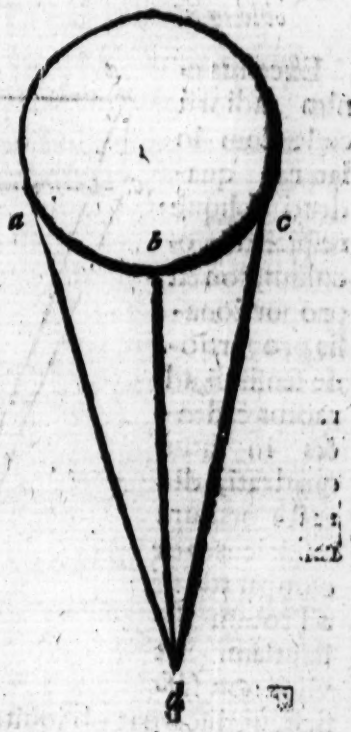
Exempli gratia, in Luce & colore, qui sensu apprehenduntur, erratur ex distantia. Multi enim minuti colores videntur ex distantia unus color. Similiter & in Luce debili unus color videtur alius esse. Quòd si dixeris sensum non decipi circa proprium objectum: scito proprium objectum tantum esse lucem & colores, non autem aliquam speciem lucis & coloris, quæ solo sensu minimè capiuntur, ut ostendimus. Similiter secundum distantiam scientiæ & rationi accidit deceptio, unde mota aliquando videntur quiescentia, & è converso.

PROPOSITIO LXXXII.

Stellas in Horizonte majores apparere, quàm in alia parte cœli.

Quia enim, ut ex lxiii. patet. magis distare videntur stellæ in Horizonte, quàm in alia cœli parte, ac tum in ortu, tum in medio cœli sub æquali angulo videntur; sequitur stellas in Horizonte majores apparere quàm alibi. Quia res ex æquali angulo ad majorem distantiam relata, major esse judicatur, ut ex prædictis innotuit; Quamquam si distantia esset major, angulus sub quo viderentur, esset minor. Est autem æqualis distantia

ntia, cùm terra
centrum mun-
, & ex definiti-
ne sphæræ, om-
s lineæ à ter-
n ad stellas æ-
les erunt. Id-
que angulus
qualis ad ap-
rens majus spa-
um collatus,
judicat esse
jorem. Ad
c etiam in-
positio vapo-
um juvat, ut
infrà dicendum
rit.



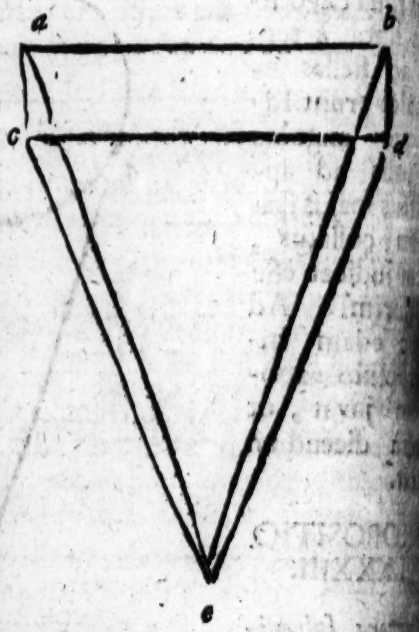
PROPOSITIO LXXXIII.

Corpora sphæricitatis in distantia apparere plana.

Cùm enim sphæricitas vel concavitas discerni non possit, nisi ex comprehensa inæquali distantia partium rei visæ, necesse est in hujusmodi perceptione visum deficere, propter immoderatam distantiam, sicut patet. Si igitur nulla pars rei visæ plus altera distare videtur, necesse est unius figuræ & dispositionis, totam superficiem rei visæ apparere.

PROPOSITIO LXXXIV.

Quadratas magnitudines in distantia apparere oblongas.



Excessus enim radiorũ cadentium in latera quadrati obliquè respicientia oculum, non est proportionalis proportione sensibili, ad radios cadentes in latus quadrati, directè oculum respiciens, per comparationẽ ad totam distantiam. Et visus non sufficit, ut discernat obliquitatem lateris, quòd obliquè videtur, & sub longioribus radiis & minori angulo, & ideo tale latus apparet minus. Quod si angulus quadrati rectè apponatur visui, apparet quadratum rotundum visui, quia angulum propter distantia visus minimè potest discernere.

FINIS PRIMI LIBRI.

PERSPECTIVÆ COMMUNIS. LIBER SECUNDUS.

PROPOSITIO I.

Luces primarias & secundarias, puras & coloribus immixtas, à densorum corporum superficiebus reverberari.

RAdius enim Lucis & coloris natus est incedere per diaphanum. Occurrente verò corpore denso, quia virtus radiantis, & influentia radiosi nondum est terminata, nec perspectum transire poreſt, redit radius per reflexionem in partem, unde venit: sicut pila cùm projicitur ad parietem, cùm non potest per directum transire, revertitur more reflexionis, in quantum durat virtus impellentis. Atque hujus rei argumenta nobis diversa experimenta præbent. Author perspectivæ hoc in speculis ferreis ostendit, in quibus non est aliqua diaphanitas; incidente enim radio lucis in speculum in aliqua domo, in parte sensibiliter lux reflexa videbitur. Comprobant & idem radii Solares, ut docet Aristoteles in primo Meteororum. Quia enim reflectuntur à superficie terræ, calor intensior est prope terram, quam in medio aëris interstitio. Idem fit & in valle, ad quas utriusque montis densitas radios reflectit. Porrò reflexio fit non solum occurrenti-

bus denſis, ſed quandoque occurrentibus perſpicuis corporibus, ſed de minori genere perſpicuitatis, cujuſmodi ſunt vitrum, aqua, & alia humida quæ licet ſint diaphana, tamen habent aliquam denſitatem. Inde eſt quòd Solis radius ad aquam veniens, eam ingreditur per refraxionem: & interim tamen etiam ad partem oppoſitam per reflexionem reſilit, ſicut experientia docet. Nam oculus in aqua exiſtens Solem videre poteſt: quod non eſſet, niſi radius in aqua uſque ad oculum multiplicaretur. Item ſi aqua vel alius liquor in domo radiis Solis exponatur, radii ſenſibiliter videntur in pariete. Similiter oculus extra aquam exiſtens, poteſt Solem videre per radium venientem ab aqua: quod non eſſet, niſi radius multiplicaretur ab aqua in aërem, uſque ad oculum. Quia itaque aqua habet denſitatem aliquam, ideo reflectit radium aliqualiter: & quia habet perſpicuitatem aliquam, ideo præbet tranſitum aliqualiter. Et ſi domus ſtet juxta aquam, poſſibile eſt per eandem feneſtram, per quam incidit radius Solis, quòd ingrediatur radius reflectionis ab aqua, & apparebit uterque radius apparitione diſtincta in domo. Radius ſiquidem rectus apparebit deorſum contra Solem. Radius reflexus apparebit ſurſum contra locum reflectionis. Et alibi in domo, ubi neuter radiorum attingit, eſt lux ſecundaria: & ideo lux à luce, claritate differt, quia radius rectus eſt clarior radio reflexo, & radius reflexus eſt clarior luce ſecundaria. Luces autem puras & non mixtas vocamus, ut ſolent eſſe corpora ſupercæleſtia, quæ coloribus immixtis à ſuperficiebus denſorum corporum

sum reflectuntur. Patet itaque quòd omne corpus poteſt reverberare virtutem incidentem ſuper ipſum, quia omne corpus eſt aliqualiter denſum: & ubi major denſitas, ibi eſt major reflectio, & major multiplicatio virtutis verſus agens. Item ubicunque fit fractio, ibi fit aliqualis reflectio, ſed non è converſo. Nam ubicunque fit fractio, ibi eſt aliqualis denſitas: quare & aliqualis refractio.

PROPOSITIO II.

Reflectiones ſolas à regularibus ſuperficiebus factas ab oculo ſentiri.

Superficies regulares voco illas, quæ diſpoſitionis uniformis in omnibus partibus ſuis ſunt, ut planas, convexas, & hujuſmodi. Irregulares autem ſunt ſuperficies aſperorum corporum, in quas lux cadens, propter aſperitatem diſpergitur & diſtrahitur, ne regulariter ſuper oculum oriri poſſit. Et ſic lævia corpora, propter regularẽ ſuperficiem, radios uniformiter reflectunt: ſed aſpera diſpersè & deformiter, ideoque aſpera ſpecula non repræſentant imaginem vel figuram rei, ſed colorem tantum: lævia verò utrumque referunt. A ſuperficiebus enim regularibus eodem modo ordinatè reflectitur, quo in ipſis ſecundum pyramides radioſas recipitur: & ideo, quia non fit viſio ſine pyramidibus radioſis. Per tales & non alias ſuperficies pervenit imago rei ad viſum: ſicut enim radii illi ſi eſſent in directum porrecti, oſtenderent id cujus ſunt ſic & reflexi illud oſtendunt, ſed alio modo.

Eſſentiale

Essentiale unim est radii, corpora revelare, cujus sunt similitudines.

PROPOSITIO III.

Luces reflexas, similiter & colores debiliores esse directè radiantibus.

Hujus causam præbet, non solùm elongatio a fronte, vel à corpore luminoso, imò magis debilitatio ex obliquitate. Rectitudo siquidem cognata est processui lucis, & natura in omni operatione expetit rectitudinem, & agit secundum lineas brevissimas. Ac omnis motus tantò est fortior, quantò est rectior: & per consequens, rectitudine sublata, necesse erit vigorem lucis vel coloris ex parte remitti & latescere. Et hæc est ratio, quare lumen Solis per fenestras viteras coloratas transiens, faciat colorem ipsum sensibiliter radiare & tingere opacum sibi objectum: propter fortitudinem scilicet radiorum, directè quasi radiantium. Sed radius à solido reflexus hoc non potest facere. Fortitudo enim lucis necessaria est colori non solùm ad ipsum movendum, sed etiam ad movendum cum ipso colore medium, quo excedit radii fortitudo vitrum penetrantis, quamvis aliquantulum frangatur.

PROPOSITIO IV.

Reflectiones factas à superficiebus fortiter coloratis, nihil aut tenuiter visum movere.

Lux enim directa, ut ex præmissa patet, fortior est quàm reflexa, similiter & color. Quod si illa superficies sit regularis, & bene polita, res in ea videri

ri poterunt, ſed tamen non ſicut ſunt, verùm colore ſpeciali à ſpeculo veſtitæ.

PROPOSITIO V.

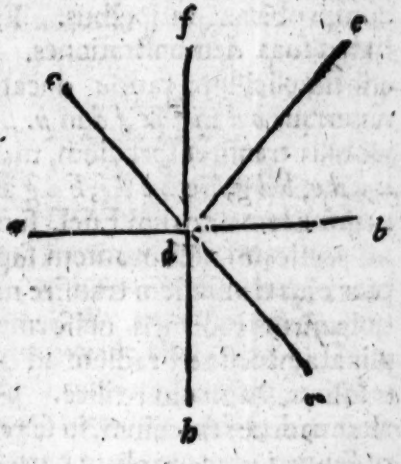
Luces & colores à ſpeculis reflexos, res, quarum ſunt ſpecies, oculo oſtendere.

Nam ſpecies genita à re viſibili, eſſentialiter habet rem oſtendere, cujus eſt ſimilitudo. Quoniam in ſe fixum eſſe non habens, neceſſariò ducit in alterum, cujus eſt. Quamvis igitur reflectatur, manet ſibi eſſentia ſua, & ideò rem oſtendit, in ſitu tamen alio; cujus ratio infrà patebit.

PROPOSITIO VI.

Angulos incidentiæ & reflexionis æquales eſſe: radiumque incidentem & reflexum in eadem ſuperficie eſſe cum linea erigibili à puncto reflexionis.

Dicitur autem angulus incidentiæ, quem conſtituit radius cadēs ſuper ſpeculum cum ſuperficie ſpeculi ex una parte, vel ex alia cum linea perpēdiculari, à puncto incidentiæ, ſeu qui idem eſt, reflexionis imaginabiliter erigi-



bili.

gibili. Angulus autem reflexionis dicitur, quem cum iisdem constituit radius reflexus. Sit speculum *a b*, & visibile *c*, à quo cadet radius in punctum *d* speculi, & reflectatur ad visum in *e*. Quod si igitur ex *d* puncto excitetur perpendicularis super planum speculi, dico angulum *a d c*, æqualem esse angulo *e d b*, vel *c d f* angulum, ei qui sub *f d e*, hoc est, angulum incidentiæ angulo reflexionis. Hoc cotidiana docet experiantia. Alhacen & Vitellio docent peculiaria instrumenta fabricare, quibus anguli reflexionis observari possint. Simplex tamen quadrans, etiam cotidiè hujus rei nos potest certiores reddere. Si enim sumatur altitudo Solis cum eo, deindè excipiatur radius reflexus ab aqua in aliquam domum cadentem per foramina pinacidiorum, apparebit, perpendiculum semper æqualem arcum de limbo abscindere. Quod & angulo incidentiæ angulus reflexionis sit æqualis, satis comprobatur rationibus. Euclides de speculis, habet suas demonstrationes. Videtur autem hæc esse simplicissima ratio: ducatur in directum connuumque *c d* in *g* & *f d* in *h*. Si itaque radius rei visibilis transiret speculum, manifestum, quòd anguli *a d c*, *b d g*, item *c d f*, *h d g* æquales essent per xv. primi Elementorum Eucl. sunt enim sibi invicem ad verticem. Cùm autem superficiem speculi propter ejus densitatem transire nequeat, reflectitur, & quia virtus radiantis uniformiter nondum est terminata, necesse est radium ad eundem angulum, quo transiret, à speculo resilire. Unde si perpendiculariter cadit in speculum, in se reflectitur. Si obliquè, obliquè quoque in aliam partem reflectitur. Simile

est

est videre in motu ponderosorum: si enim aliquod ponderosorum ad corpus solidum descendat, vel projectum fuerit linealiter, si rectè projicitur, per eadem lineam reverberatur: si obliquè, per consimilem in oppositam partem resilit. Est autem perpendicularis radius fortior aliis, non solum propter conditionem radii absolutam, sed propter modum cadendi super rem objectam, sicut patet ex declaratione xv. propositionis primi hujus. Fortitudo igitur radii cadentis, est secundum quantitatem anguli quem constituit cum perpendiculari in cadendo. Sed fortitudo in reflectendo, est secundum fortitudinem in cadendo. Modus igitur reflexionis, sequitur, modū incidentiæ. Amplius, illas tres lineas *c d*, *f d*, *d*, esse in eadem superficie, patet: quoniam omnis radius incessui rectitudinis, quantùm possibile est, se conformat, quoniam innata est luci rectitudo, quòd si autem superficiem istam egrederetur, dupliciter à rectitudine deficeret, & resiliendo & divertendo. Sunt igitur in eadem superficie.

PROPOSITIO VII.

Diaphaneitatem, speculi essentiam non intrare, ei tamen per accidens aliquid conferre.

Si enim res in speculo ostenditur per radios reflexos, ut jam patet: ergo perspicuitas, per quam species in profundum speculi ingreditur, impedit: & sic non expedit visioni, ut speculum sit transparens. Quoniam reflexio est à denso, per primam hujus, quia densum. Ideoque specula vitrea sunt plumbo abducta. Quod si, ut quidam fabulantur, Diaphaneitas esset essentialis speculo, non fierent specula de ferro & chalibe, aut marmore polito, quæ

quæ ſunt à diaphanéitate remotiſſima. In ferro tamen & aliis hujuſmodi, propter intenſionem nigredinis non poteſt imago efficaciter repræſentari. Sed in quibuſdam lapidibus debilis coloris, multò clarius eſt videre imagines recipi, quàm in vitro.

PROPOSITIO VIII.

In ſpeculis vitreis, plumbo abraſo, nihil appareat.

Cujus ratio eſt: quoniam licet à vitri ſuperficie fiat aliqua reflexio, tamen quando vitrum ex aliqua parte non obumbratur, tranſit per ipſum lux directa, quæ fortitudine ſua reflexum vincit, ſicut patet ex III. præmiſſarum hujus. Quod ſi apponatur pannus obſcurus & niger, vel hujuſmodi aliquid, poterit videri imago rei viſibilis. Nam tunc nihil directè tranſit per vitrum, quod ſit magnæ in radiando efficaciæ. Et ſic, ut ſuprà patuit, diaphanéitas vitri non eſt de eſſentia ſpeculi, nec de ratione ipſius; quia ipſa impediret magis reflexionem, ex quo ſpecies intrarent illam diaphanéitatem. Nihilominus tamen ſpeculum poteſt eſſe diaphanum, licet de ratione ejus non ſit, ſicut apparet in gemmis preciofis, ut Adamante, Chryſtallo, & hujuſmodi. Ac fortior fit reflexio, quando ſpecula fiunt per corpora diaphana obſcura: cumque recipiant reflexus in reverberatione, clariores fiunt, quàm in denſis corporibus.

PROPOSITIO IX.

Superficies regulariter ſpeculares ſeptiformes eſſe.

Eſt enim ſpeculum planum cujuſcunque formæ eſt ſphæricum, tam concavum quàm convexum.

eſt

est pyramidale intra & extra politum: sic & columnare. Et in his septem differentiis, scilicet planum, convexa tria, & concava tria, sphærica, pyramidalia, & columnaria, fiunt per singula diversa apparitionum genera. Quædam autem sunt superficies irregulares, quæ quamvis sint politæ, videntur partim planæ, & partim convexæ, & partim concavæ: in eis tamen facies distortæ apparent, propter irregularem reflexionem à superficiei diversitate.

PROPOSITIO X.

Materia speculi est lævitas intensa, forma verò perfecta politura.

Lævitas hic dicitur magna partium continuitas, earum poris sensibilibus omninò, unde lignum & hujusmodi corpora non possunt esse specula. Per polituram intelligitur, omnis asperitatis amotio. Si igitur sit corpus multùm læve, & intensè politum, erit speculum essentialiter. Ad hoc tamen ut speculum lucidè visibilia repræsentet, exigitur ut non sit obfuscatum colore sensibili. Requiritur etiam ut non pulvere, nec anhelitu, nec humore sit respersum: id hoc est quod dicunt, oportere speculum esse terſum, & lævitate intensa. Ideoque politura hoc unum agitur, ut inducatur lævitas. Et quò materia est durior, eò et jam magis intensam lævitatem & politatem recipit, quemadmodum in Adamante, & in durissimis metallis subductis foliis vel obfuscatis patet. Quare lævitas est materia speculi, & politura formæ, quæ nihil aliud est, quàm planissima facies, in qua demoliti sunt pori sensibiles & grossities visibilis.

PRO-

PROPOSITIO XI.

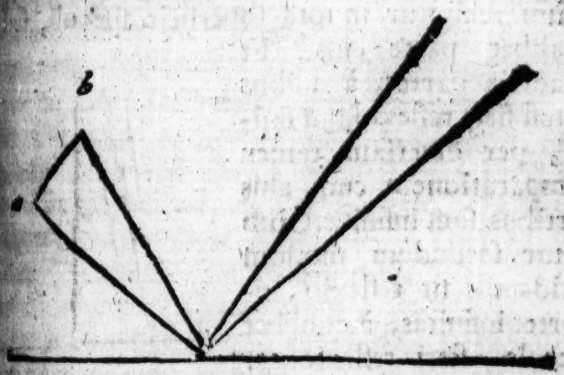
Res in ſpeculis apparere univerſaliter debilius quàm directè.

Quoniam, ut patet ex tertia hujus, formæ reflexæ debiliores ſunt, & ideò debilius repræſentant, & etiam debiliter movent, propter quod homo vix ſuæ formæ recordatur in ſpeculo viſæ, cùm alterius, quem directè vidit, ideam ſemper in animo ſecum circumferat. Præterea & color ſpeculi etiam immiſcetur luci reflexæ, & obfuſcat eam, ideoque facies illo colore tincta apparet, quo ſpeculum eſt coloratum. Latent etiam faciei maculæ propter debilitatem reflexionis. Quantò enim ſpeculum magis eſt lucidum, tantò facies apparet candidior: & quo de nigredine plus participat, tantò facies obſcurior videtur, ut in ferreis & vitreis ſpeculis contingit, quæ multùm habent nigredinis, cùm propter materiam, tum propter id quod eis ſubducitur, ne ſpecies penetrent. At Chryſtallina & Gemmea ſpecula, ſubducta foliis, facies abſque maculis ſenſibilibus, & in proprio colore carneo, referunt, idque rectius quam ulla alia ſpecula. Et ſi enim reflexioni aliquid addunt perſpicuitatis, tamen ea penetrat, ut ei immiſceatur, & repræſentetur oculo, quo faciem aliter, quam directè videtur, oſtendat. Quare, ut perhibent, Reges orientis Adamantina & Chryſtallina ſpecula habere ſolent.

PRO-

PROPOSITIO XII.

In quolibet puncto ſpeculi, objecto luminoſo, duas lucis terminari pyramides, unam incidentem, & aliam reſilientem.



Prima pars hujus patet ex quarta propoſitione primi hujus. Et quia lux reflectitur à polito, ſequitur, ut etiam pyramis à quolibet puncto reflectatur: quod ſecundo proponebatur.

PROPOSITIO XIII.

A quolibet puncto luminoſi, in quemlibet punctum ſpeculi objecti, radium incidere.

Hæc ſequitur ex III. primi hujus.

PROPOSITIO XIV.

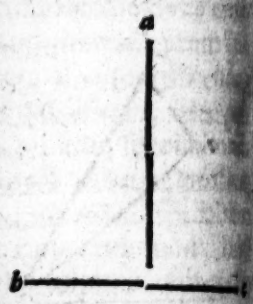
A quolibet puncto luminoſi porrigi pyramidem, totam objecti ſpeculi ſuperficiem occupantem.

Hæc ſequitur ex VI. primi hujus.

PROPOSITIO XV.

A ſuperficie ſpeculi infinitas fieri completas reflexiones formæ viſibilis.

Hoc ex præhabitis patet. Sit enim res viſa plana, & ſpeculum planum, tota ſpecies rei viſæ non ſolùm recipitur in tota ſuperficie ſpeculi, ſed in qualibet parte ejus. Et quamvis partes, à quibus poteſt fieri reflexio, ſint finitæ, per diverſam tamen comparationem cum aliis partibus ſunt infinitæ. Cùm igitur ſecundum modum incidentiæ ſit reflexio, oportet infinitas, à quolibet ſpeculo, fieri reflexiones.



Secundum enim aliam atque aliam pyramidem, in quolibet alio atque alio puncto fit viſio. Non tamen ideò ſunt infinita actu, quia hæc omnia ſunt unum corpus lucis. Reflexiones autem completæ, ſunt quæ totam rem oſtendunt.

PROPOSITIO XVI.

Radium ſuper ſpeculum perpendiculariter cadentem, in ſe reflecti.

Hæc ſequitur ex ſexta hujus. Quoniam ſi per aliam lineam reflecteretur, per minorem angulum reſiliret, & non eſſent æquales anguli incidentiæ & reflexionis.

PRO-

PROPOSITIO XVII.

Lucem reflexam, per aggregationem fieri fortiorem luce incidente.

Omnis siquidem virtus unita plus potest dispersa: similiter radii cùm disperguntur, debilitantur, & cùm adjuvantur, fortificantur. Quare ad aliquem effectum producendum magis conferunt radii reflexi adunati, quàm directi dispersi. Hinc est, quòd à speculis concavis sphæricis ad Solem positis, ignis accenditur. Si enim directè speculum radiis Solis opponitur, omnes partim super unum punctum, partim super unam lineam incidere necesse est. Omnes enim radii ab eodem circulo reflexi, in unum punctum cadunt. Cùm namque ubique sint æquales anguli incidentiæ, reflectentur etiam ad angulos æquales. Quòd autem lux directa ignem non generat, est, quia radii Solis non possunt concurrere, nisi fracti vel reflexi.

PROPOSITIO XVIII.

Lucem speculo incidere, & reflecti per lineas naturales.

Linea siquidem radiosa naturalis est, nec salvatur radii essentia, nisi in latitudine aliqua. Et quia apparitio in speculis secundum diversitatem figuræ mutatur, planum est, quòd à puncto Mathematico non fit reflexio; quia illius nulla est secundum superficies diversificatio. Quare lineam naturalem definimus esse radium visibilem: si visibilis, ergo latitudine aliqua visibilis. Similiter punctus est finis & principium radii lineæ visibilis, sicut & Mathe-

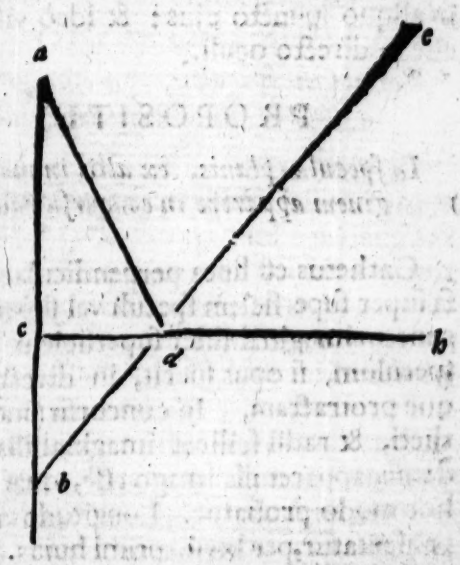
Mathematicæ considerationis est, non tamen cujus pars non est. Nam linea ab oculo comprehenditur: igitur & principium ejus, quod hîc pro modica parte accipitur, & non Mathematica omninò. Constat itaque nostrum propositum.

PROPOSITIO XIX.

Formas in specvlis apparentes, per impressionem in speculis factam, minimè videri.

Quidam enim existimant, quòd res in speculis appareant per Idola, quæ speculis imprimantur, & res quasi in Idolis apparere. Idola tamen ipsa primo videri. Et iste error germinatur. Quidam enim dicunt, Idolum ipsi speculo imprimi, & ibi esse tanquam maculam vel impressum signum, ac visum movere. Hoc multipliciter falsum ostenditur. In speculis enim ferreis, & adamantinis videntur res, in quibus tamen nulla est perspicuitas receptivæ impressionis. Item si res imprimeretur speculo, diffunderet se undiq; à speculo, neque requireretur determinatus situs oculi ad videndum rem in speculo, sed posset videri in omni parte respectu speculi: quod falsum est. Non enim videtur res, nisi oculo existente in eadem superficie, cum linea incidentiæ & linea reflexionis, æqualibus existentibus angulis incidentiæ & reflexionis. Item quantitas Idoli nunquam excederet quantitatem speculi: quod falsum. Item in uno eodemque puncto speculi, à diversis visibus, diversa & distincta quoque conspiciuntur Idola. Porrò si Idolum imprimeretur speculo, appareret in speculo, & non ultra speculum, quod etiam falsum est. Apparent enim in concursu ima-

ginario radii tum catheto. Neq; est quòd dica-
perspicuitatem aliquid ad essentiam speculi per-
facere, ut docuit septima hujus. Proinde alii di-
cunt, Idolũ non imprimi speculo, sed esse in cõcursu
radii cum ca-
theto, scilicet
in speculo, ubi ap-
paret Idolũ:
quod pariter
falsum est.
Nam in aqua
turris appa-
ret tantum
esse in terra,
quantũ est in
aere. Et si po-
natur mons
meus in loco
apparitionis,
ita liquidè
apparebit, ac



si ponatur ibi aër vel aqua. Idola igitur rerum non imprimuntur speculis. Apparent tamen res in speculis secundum veritatem, veluti Sol, vel turris, aut aliud hujusmodi, sed extra locum suum. Nam res non apparet visui per reflexionem in loco suo. Qua enim visus assuetus est videre per lineas rectas, ideò non percipit incurvationem reflexionis. Sicut aliquando oculus unum judicat esse duo, ut supra patuit; quia res apparet non solùm in loco, sed etiam extra locum suum: ita etiam in

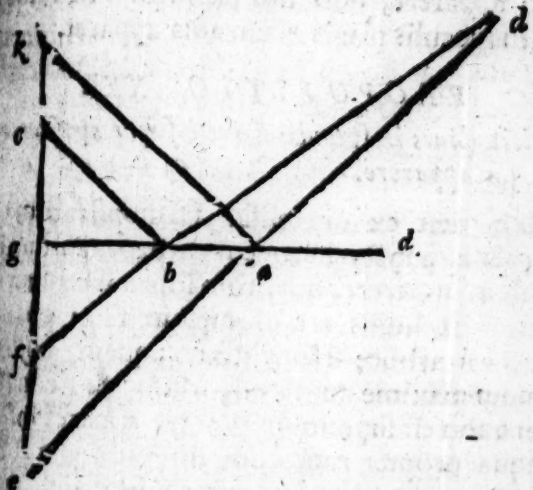
propoſito quantum ad hoc, quia res in ſpeculo ſecundum veritatem videtur, ſed in ſitu erratur, & aliquando in numero, ut infrà patebit. Hinc eſt, quod viſus ſemper æſtimat rem eſſe in radio viſuali, & locum imaginis quam vocamus apparitionem rei in aliquo puncto ejus: & ideò viſus judicat rem eſſe in directo oculi.

PROPOSITIO XX.

In ſpeculis planis, ex aliis in majori parte, imaginem apparere in concurſu radii cum catheto.

Cathetus eſt linea perpendicularis ducta à re viſa ſuper ſuperficiem ſpeculi vel ſuper lineam contingentem imaginabiliter ſuperficiem ſpeculi, & ultra ſpeculum, ſi opus fuerit, in directum continuumque protractam. In concurſu (inquam) hujus catheti, & radii ſcilicet imaginabilis ſub quo res videtur, apparet illa imago eſſe, quæ videtur. Quod hoc modo probatur. Longitudo radiorum oculo præſentatur, per lxvii. primi hujus.

Sed quia pars radii reflexa movet viſum, & partem radii incidentem in ſpeculum apprehendit, nec oculus advertere poteſt reflexiones, ſiquidem nihil niſi partem radii, quæ viſum qualificat, apprehendit: fit ut totus radius, quaſi in continuum directumque procedens, oculo repræſentetur. Quapropter neceſſe eſt, rem, quæ in ſpeculo videtur, ſi ſupra ſpeculum eſt, ſub eo in concurſu radii cum catheto apparere. Sit, exempli gratia, ſpeculum *a b g*, res viſa *c k*, oculus videns *d*. Et à re viſa in ſpeculum cadant radii, *k a*, *c b*, quæ reflectantur



ur ad oculum per radios, *a d*, & *b d*. Sit verò catheτus *k c g f e*, & rejiciatur radius de *a* in *e*, & de *b* in *f*. Punctus igitur *k* videtur in *c*, & punctus *e* in *f*, ſub radiis reflexis, quia totus radius *k a d*, vel *c b d*, præſentatur oculo, quaſi in continuum directumque procederet, quoniam reflexionem non percipit. Sed in catheto, *f* punctum à *g* tantum diſtat ſub ſpeculo, quantum *c* à *g* ſupra: ſimiliter *e* à *g*, quantum *k* ab eadem interſectione catheticum linea contingenti ſpeculum. Cum enim, per ſectam huius, anguli incidentiæ & reflexionis ſint æquales, & radii ſub iiſdem angulis videantur porrigi in profundum, quibus reflectuntur, per xv. primi Elementorum Euclidis, ac anguli qui circa *g*

recti: ſequitur per xxvi. primi Elementorum Euclidis, latus *c g* æquale eſſe lateri *g f*, idem *k g*, lateri *g e*. Manifeſtum itaque eſt res in catheto eodem modo apparere, quo ſitu proprio. Sed hoc rectius in ſpeculis planis quàm aliis apparet.

PROPOSITIO XXI.

Altitudines in ſpeculis directè ſupra apoſitas, everſas apparere.

Hæc patet ex præmiſſa. Demonſtratum enim eſt, *c* & *k* puncta in eodem catheto tantùm infra ſpeculum apparere, quantùm ſupra ſpeculum eminent. Et hujus rei exemplum ſumi poteſt de domo vel arbore ſtante juxta aquam, cujus ſupremum maximè apparet deorſum, & Econverſo. Nam quod eſt ſupremum in aëre, apparet infimum in aqua propter radiorum elongationem: & ſuperiores partes quantùm eminent ſuperius, tantùm inferius apparent in profundo propter caſum radiorum in catheto. Res igitur tantùm apparet ultra ſpeculum, vel ſub ipſo, quantùm eſt ſupra. Quod ſi oculus ſeipſum videat, idem accidit, quamvis radius perpendiculariter oriatur: quoniam, ut dictum eſt, radius directè comprehenditur. Amplius perpendicularis radius non eſt ſecundum eſſe naturale, ſed imaginarium: declaratur igitur quod dictum eſt ſecundum veritatem. In aliis tamen ſpeculis, præterquàm in planis, res aliter ſe habet, ut infra demonſtrabimus.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

In ſpeculis planis facialiter objectis; apparere imagines præpoſteras, & ſiniſtra dextris permutatim oppoſita.

Hujus propoſitionis prima pars patet ex præmiſſis. Ex eodem enim ſequitur, ut ſuperius appareat inferius: ex quo ſequitur, ut anterius appareat poſterius. Amplius ſecunda pars ſequitur, quoniam in eodem ſpeculo eadem res apparet ſibi oppoſita. Res autem appoſita habent dextra ſiniſtris oppoſita permutatim. Ratio verò cur res appareat oppoſita, eſt, quia pars radii movens oculum dirigitur in oppoſitum: & propter hoc totus radius, velut in partem illam, quaſi porrectus accipitur, & per conſequens res in extremo ejus videtur.

PROPOSITIO XXIII.

In ſpeculis planis unam ſolam imaginem apparere.

Sit enim res viſa *a*, in ſpeculo *b c e g*, & ſit oculus *f*, fiatque viſio per radium reflexum incidentem *a e*, & radium reflexum *e f*.

Dico quòd punctus *a*, non poteſt reflecti ad viſum *f* ab alio puncto ſpeculi, quàm ab *e*. Si enim eſt poſſibile, detur alius punctus, in quem cadat radius ab *a* in ſpeculum, ut puta *c*. Radius itaque *a c* reflectatur ad æqualem angulum

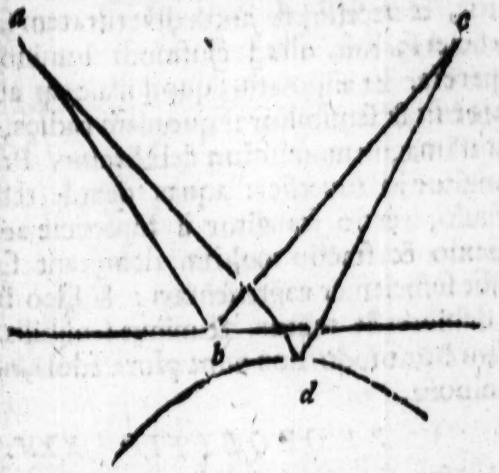
angulum in *k*. Sed quia angulus incidentiæ *a c b*, major est angulo incidentiæ *a e b*, per xvi. primi elementorum Euclidis, utpote in triangulo *a e e*, uno latere producto exterior interiori & opposito: erit angulus reflexionis *k c e* major angulo reflexionis *f e g*. Impossibile igitur est, ut radii *c k*, & *e f*, in parte *k* & *f* concurrant. In duas enim lineas *c k* & *e f* incidit linea *c e*: & quia per xiii. primi Elementorum Euclidis, *f e* linea incidens in *b g* lineam cujus *c e* pars est, facit duos angulos *g e f*, & *b e f*, duobus rectis æquales, ac angulus *k c e* demonstratus est major angulo *f e g*: sequitur *k c e*, & *c e f* angulos majores esse duobus rectis. Radii igitur reflexi *c k* & *e f*, ex alia parte concurrent, per xi. communem sententiam, & in parte *k* & *f*, quo longius protracti fuerint, eò longius distabunt. Porrò si alius est punctus reflexionis quam *e*, non in longitudine speculi, sicut posui, sed in latitudine: tunc poterit duci perpendicularis ab oculo, æquidistans perpendiculari erigibili ab alio puncto: & ita ab uno puncto essent plures perpendiculares ducibiles: qnod est impossibile. Patet itaque propositum per demonstrationem respectu unius oculi.

PROPOSITIO XXIV.

In speculo fracto, mutato situ partium, diversæ imagenes apparere.

Hoc experientia docet. Si enim partes speculi fracti ad eundem situm coaptentur, ad quem ante fractionem, non plures apparebunt imagines in fracto, quam in non fracto. Plurificatio namque apparitionum, non est propter fractionem, sed propter situs

sium partium mutationem. Ita & in speculo concavo integro plures apparent imagines, ut infra patebit. Quia enim, ut docuit xii. & xv. hujus, à quolibet parte speculi fit reflexio, sed in partes diversas, ex mutatione situs partium fractarum fieri potest, ut fit reflexio ad eandem partem, & per con-



sequens simul diversas imagines apparere, non tamen plures, sed unam prætendere. Amplius ex consimili causa accidit, quando speculum ponitur in aqua, ex eodem luminoso plures apparere imagines. Est autem vulgatum, si ita speculum in aqua Soli opponatur, quod unà illarum imaginum sit imago Solis, & alia alicujus stellæ existentis prope Solem. Sed stella fixa esse non potest, quia Sol occultat eas nec est aliqua de Planetis, quoniam planetæ aliquando plus, aliquando minus distant, cùm hæ imagines semper æqualem distantiam habeant.

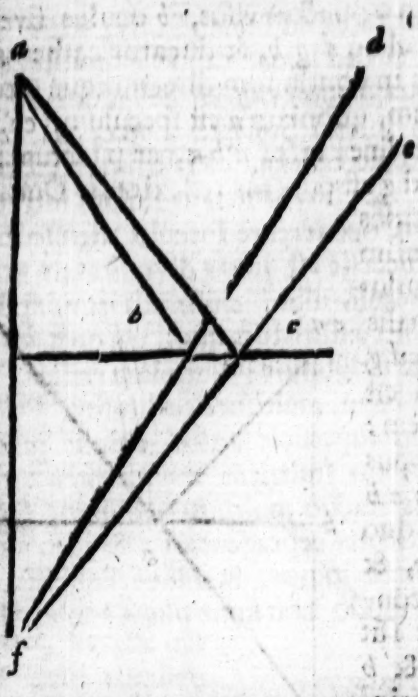
beant. Præterea ad lumen Lunæ, idem ſicut Solis accidit: item ad lumen candelæ ſimiliter poteſt experiri. Quapropter non eſt ſtella, quæ apparet, ſed eſt duplex imago Solis vel Lunæ, vel candelæ de duplici ſpeculo reflexa. Fit enim reflexio à ſuperficie aquæ, & cùm lumen radioſum intrat in aquæ profundum, occurrente ſpeculo, denuo inde reflectitur, & neceſſe eſt juxta diverſitatem ſitus & ſuperficiei ſpeculi, aliud ejuſmodi luminoſi Idolum apparere. Et æſtimatur, quod illa quæ ab aqua ſit, major ſit & ſenſibilior: quoniam radius, qui facit aliam imaginem, multùm debilitatur. Primò enim frangitur in ſuperficie aquæ, deinde reflectitur à ſpeculo, tertio frangitur à ſuperficie aëris. Sed reflexio & fractio multùm debilitant ſpeciem ne poſſit ſufficienter repræſentari: & ideo imago iſta eſt debilior & minor, & minus ſenſibilis. Quare etiam hoc modo non fiunt plura Idola, niſi à valde luminoſo.

PROPOSITIO XXV.

In ſpeculo plano duobus oculis unam imaginem apparere.

Quanquàm enim ex diverſis punctis ad utrumq; oculum fiat reflexio, tamen radii reflexionis ſecant ſe in catheto, & aſpectus utriuſque oculi ad idem terminatur, ſicut patet aptando xx. propoſitionem utrique oculo, adjuvante lxxix. primi hujus: quoniam axes ad idem diriguntur.

PRO-



PROPOSITIO XXVI.

In omni ſuperficie reflexionis, quatuor præcipuè puncta contineri: & quod extra illa eſt, minimè videri.

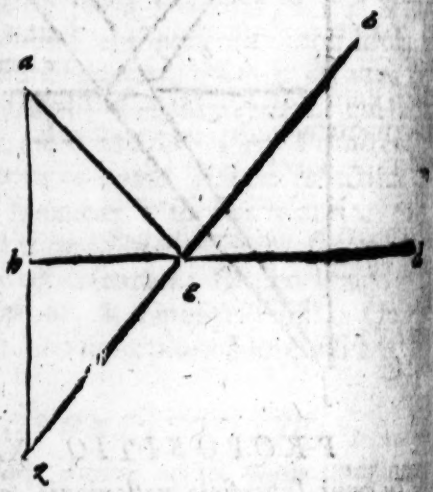
Hæc quatuor puncta ſunt, Centrum viſus, Punctus apprehenſus. Terminus axis, id eſt. perpendicularis ductæ à centro viſus in ſpeculum, & Punctus reflexionis. Nec videtur quod extra illam ſuperficiem eſt, ſicut ex xxiii. propoſitione hujus patet.

PROPOSITIO XXVII.

In ſpeculis planis invenire punctum reflexionis.

Sit

Sit enim *a* punctus visus, *b* oculus sive centrum visus, speculum *d g h*, & ducatur cathetus *a h*, qui productus in continuum directumque ultra speculum tantùm, quoniam *a* est speculum, cadat in *z*: ac ducatur linea recta *a h z*, per punctum speculi *g*. Dico quod *g* est punctus reflexionis. Ducatur enim radius incidés *a g*. Quoniam igitur angulus *z g h*, æqualis est angulo *d g b*, quia ei est ad verticem: & in duobus triangulis *a h g*, *h z g*, duo latera *a h*, & *h z*, ex constructione sũt æqualia, & *h g* latus utriq, commune, ac anguli qui ad *h* recti, sequitur per iv. primi Elementorum Euclidis, totum trianguli toti triangulo, & basim basi, ac reliquos angulos reliquis angulis, quibus æqualia latera subtendunt, alterum alteri, æqualia esse. Quare angulo *a g h*, æqualis est angulus *h g z*, sed ostensum est, eundem quoque angulo *b g d* æqualem esse. Proinde, ut patet ex præmissis, à puncto *c*, & à nullo alio est reflexio. Contingit etiam unum apparere duo in speculis planis, propter elongationem visibilis ab axe, & propter diversum si-



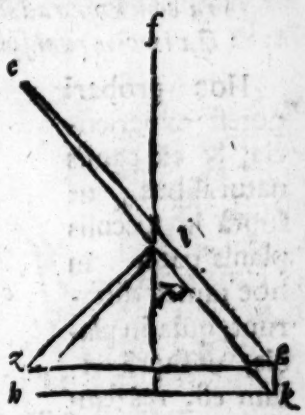
tum

rum oculorum ab axe communi, ſicut in viſione directa ſupra oſtendimus.

PROPOSITIO XXVIII.

In ſpeculis planis figuræ & quantitatis varietatem apparere.

Sit ſpeculum planum *f l r*, cui ſuperemineat longitudo *z h*, & ducantur radii *z l*, & *h r*, reflexi ad oculum *e*. Ducantur & catheti à punctis *h* & *z*, videlicet *h k* & *z g*. Quoniam igitur catheti paralleli ſunt, erit imago in terminis cathetorum, ejuſdem quantitatis, cujus eſt *z h*. Ergo quantitas eadem apparet, quæ eſt directa, & figura eadem. Quoniam enim quælibet pars tantum apparet ſub ſpeculo, quantum eſt ſupra ſpeculum, ut ex præhabitis patet, neceſſe eſt partes invicem eundem ordinem retinere, quem ſecundum veritatem habent. Contingit tamen res in ſpeculis planis minorem apparere, quàm ſit, idque ex iiſdem cauſis, ex quibus in viſu directo, ſcilicet ex diſtantia. Quamquam verum eſt, minorem errorem in his ſpeculis, quàm in aliis accidere, videlicet in ſitu tantum, & in his quæ ſunt omni ſpeculo communia, ſicut ſuprà in tertia hujus, & alibi nonnullis patuit.



PRO-

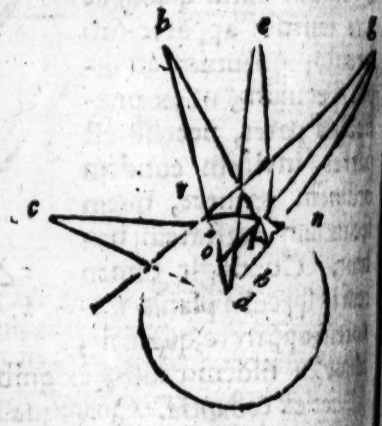
PROPOSITIO XXIX.

In ſpeculis ſphæricis extra politis, omnes accidunt errores, qui in planis.

Communes quidem cauſæ ſunt errandi, tum quia lux debilitatur ex reflexione: tum quia res apparet extra locum ſuum, ſibi ipſi oppoſita, ut ſuprà viſum eſt. Accidunt etiam plures errores quàm in planis, ut patebit.

PROPOSITIO XXX.

In ſpeculis ſphæricis extrà politis, apparet imago in concurſu radii cum cathero, id eſt, linea ducta in centrum ſphæræ.



Hoc probari poteſt experientia, & ex cauſis naturalibus, ut ſuprà in ſpeculis planis patet. In hoc tamen differunt, quia in planis, ut ſuprà viſum eſt, res ſemper tantùm apparet ſubſpeculo, quantùm eſt ſupra. In ſphæricis autem extrà politis, imago aliquando apparet in ipſa ſpeculi ſuperficie, aliquando intra, aliquando extra. Verbi gratia, Sit punctus viſus *e*, oculus *g*, punctus reflexionis *n*, centrum verò ſphæræ *d*:

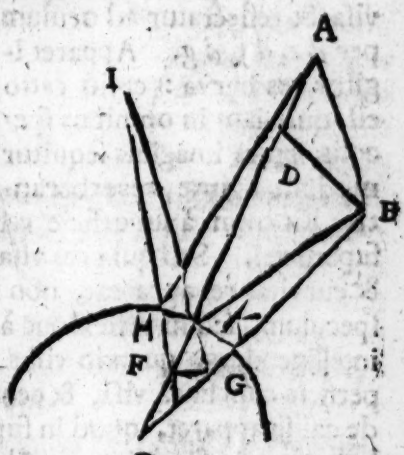
Planum

Planum eſt, quod locus imaginis eſt *h*. Quod ſi ponatur viſibile in *b*, apparebit imago in *o*. Quod ſi ponatur viſibile adhuc propinquius ſphæræ, apparebit extra ſphæram, ſicut hoc experimentanti facilè patebit. Punctus autem reflexionis haud difficiliter invenietur, præſertim cùm oculus, & res viſa æqualiter à ſphæra diſtant. Alias autem inventio hujus puncti eſt res majoris laboris & difficultatis, quam utilitatis. Sicut patet in capite de imagine. Ex his etiam apparet, quòd imago in tabulis ſpeculis ſit propinquior, quàm res viſa: quod non eſt in planis, ſicut ſuprà patuit.

PROPOSITIO XXXI.

In ſpeculis ſphæricis exterioribus, partes rei, ſicut ſunt, ordinatas apparere.

Exempli gratia. Sit res viſa *a b*, centrum ſpeculi *d*, oculus *e*: Planum eſt, quòd radius *e b* cõcurrit cum perpendiculari *a d* in puncto *f*. Et radius *e a* cum perpendiculari *b d* in puncto *g*. Erit igitur imago *g f*, minor quidem re viſa, ſed tamen partes inconfusè & ordinatè apparebunt. Quòd ſi res viſa ponatur in eo ſitu cum diametro, ſicut *o b*, idem judicium apparebit, ſicut patet



ret ductis lineis ad *a b* fractum. Ex quo patet, quòd obliquæ longitudines in dictis speculis apparent quemadmodum sunt in veritate.

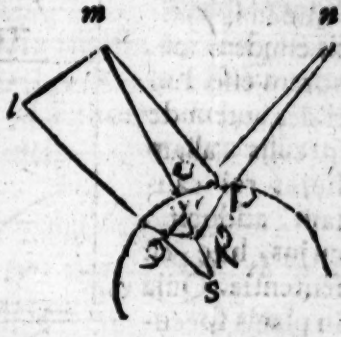
PROPOSITIO XXXII.

In sphæricis speculis, recta in majori parte curva apparere.

Hoc intelligendum de curvitate non ad centrum speculi inflexa, sed ab eo aversa. Exempli gratia, Sit speculum sphæricum *k h*, res visa *a b c*, oculus *d*, qui non sit in eadem superficie cum re visa, & reflectatur ad oculum per *d e*, *d f*, *d g*. Apparet igitur res curva: cujus ratio est, quoniam in omnibus speculis, figura imaginis sequitur modum figuræ reverberantis. Fit enim à superficie reflexio per modum superficiei. Sed quia res visa apparet, oportet & curvitas rei appareat, non in reflexione ad speculum, sed in reflexione à speculo: & hoc est intelligendum, quando visus non est in eadem superficie cum linea visa, & centro sphæræ. Et simile de causa apparet, quod in superficiebus irregularibus, sicut in speculis quibusdam valliculosis, facies repræsentantur monstrosæ. Potest tamen hæc propositio, quantum in plano fieri potest, sic ostendi.

Quia linea *d f* minima est omnium rectarum qua

ræ possunt duci à re visa *a b c*, ad speculum: & illæ rectæ sic ductæ, quanto propinquiores sunt *d* tantò etiam sunt breviores, sicut patet. Igitur propinquius ipsum *b* apparebit in speculo quàm *a* vel *c*, vel quicunque alius punctus. Quantò autem propinquiora sunt ipsi *b*, tantò propinquius apparebunt in speculo. Totum ergo *a c* apparet conversum. Quod similiter patet, si demonstratio in corpore solido, ad locum visum imaginis referatur. In prædictis tamen speculis, recta apparent recta, ut sunt: ideo oblicum est in majori parte. Hoc fit, quando res visa & centrum sphæræ sunt in eadem superficie cum visu. Verbi gratia, Sit res visa *l m*, oculus *n*, punctum reflexionis *o p*, centrum sphæræ *s*: planum est quod Idolum appareat rectum, sub linea videlicet recta *q r*. Quod demonstrandum erat.

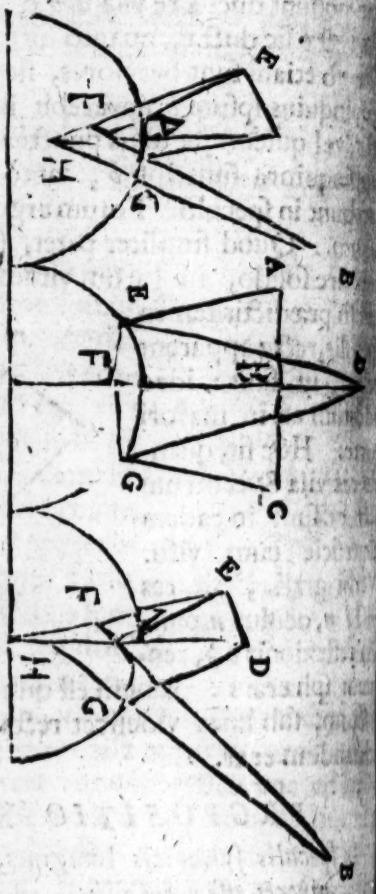


PROPOSITIO XXXIII.

In speculis sphæricis imagines, in majori parte, minores esse rebus visis.

Quoniam, ut in præmissis habuimus, conversus eorum cum catheto, in sphæricis propinquior oculo, quàm in planis speculis. Radii verò ab eodem puncto procedentes, quanto magis protenduntur, tantò eorum extrema magis distant: &

econverſo quò minus protelã-tur, eò eorum extrema minus invicem diſtant. Sequitur, ſicut in planis demõſtratum eſt, imaginem æqualem eſſe rei viſæ, ita in ſphæricis eundem minorem eſſe. Euclides autem de ſpeculis aliam hujus rei cauſam adducit, cujus hæc eſt ſententia. Quia in planis ſpeculis, à majori ſuperficie, quam in ſphæricis fit reflectio, manifeſtum eſt, & reputationẽ Idoli, ſequi conditionem reverberãtis ſuperficiei: ideo oportet rem viſam in ſphæricis ſpeculis minorem apparere. Quoniam enim radii à convexis reflexi magis diſgregantur, quàm à planis, propter declinationem circuli, à quo eſt reflexio,



reflexio, ut ad visum concurrant radii, oportet reflexionem à breviori superficie fieri. Hæc tamen intelligenda sunt de plerumq; contingentibus. Nam in his speculis, contingit rem in aliquo situ apparere ejusdem quantitatis cujus est: & aliquando majoris, sicut probat Alhacen in sexto perspectivæ. Quando enim imago non æquidistat rei visæ, tunc etiam facit angulum acutum cum radio, cujus casus est propinquior centro, & sic contingit imaginem æqualem vel etiam majorem esse rei visæ. Propter situm namque obliquum rei, respectu speculi, potest unus radius respectu alterius breviari, ita ut ex tali obliquo incessu imago excedere possit rem, vel ei æqualis esse. Quod authorem de speculis latuit. Sed hæc ex sequentibus figuris exemplariter est deprehendere.

PROPOSITIO XXXIV.

In speculis convexis, quò minora sunt, eò in eis imagines minores apparere.

Quantò enim sphæra minor est, tantò concursus cum catheto est centro propinquior: & locus imaginis angustior, quò brevior semidiameter ei obviare dignoscitur.

PROPOSITIO XXXV.

In speculis columnaribus extrà politis, iidem accidunt errores, qui & in planis ac sphæricis.

Hic loquimur de columna rotunda, quæ in longitudine convenit cum planis, in rotunditate cum sphæricis, ideo utrorumque errores participat.

PROPOSITIO XXXVI.

In ſpeculis columnaribus, tripliciter fieri reflexiones.

Poteſt enim fieri reflexio à longitudine columnæ, vel ab ejus tranſverſo, vel à medio ſitu, inter utrumque obliquo. Tunc autem fit reflexio à longitudine columnæ, quando linea viſa æquidiſtat lineæ longitudinis columnæ, ſicut in planis ſpeculis: atque per hanc reflexionem, locus imaginis eſt in concurſu radii cum perpendiculari ducta ſuper columnæ longitudinem: ac res appareret, ſicut in planis, hoc excepto, quòd quia reflexio fit à linea naturali, quæ ſcilicet latitudinem habet, oportet rem aliquantulùm curvam apparere ſicut de ſpeculis convexis oſtenſum eſt. Quod ſi verò fiat reflexio à linea circulari æquidiſtanti baſibus columnæ, veluti quando linea viſi ex tranſverſo columnæ applicatur, tunc locus imaginis erit centrum circuli reflexionis, & apparitio aſſimilatur quodammodo ei, quod in ſphæricis eſt prædictum, ut locus imaginis aliquando appareat infrà circulum, aliquando extra circulum, aliquando in ipſo circulo: res tamen minor apparet quàm in ſphæricis: imò imago apparebit breviſſima & turpiſſima: & hoc non poteſt commodè in plano depingi, ſed id experientia melius docebit. Poſtremò cum medio modo fit inflexio, hoc eſt, neq; à longitudine, neq; ab latitudine ſed ab obliquo: accidit etiã quantitatis variatio, in quantum ſcilicet ſectio columnæ magis longitudinẽ vel latitunem columnæ accedit. Et locus imaginis ſimiliter eſſe poteſt, vel ultra, vel citra ſpeculi, vel in ipſo ſpeculo.

PRO

PROPOSITIO XXXVII.

In ſpeculis pyramidalibus extrà politis, multiplicari reflexiones, ſicut in columnaribus.

Hoc patet: quia poteſt fieri reflexio, vel à longitudine pyramidis, vel à latitudine, vel à medio, ſicut in columnaribus, diverſificantur apparitiones: locus ſcilicet imaginis, & figura rei apparentis. In hoc tamen differunt, quoniam in his res apparet pyramidata, eadem ratione, qua columnaris columna. Unius tamen rei ab uno puncto ſupra unum locum fit reflexio, ſicut in columnaribus, & illis extrà politis.

PROPOSITIO XXXVIII.

In ſpeculo pyramidali, quò locus reflexionis eſt cono propinquior, eò imago minor.

Cujus ratio eſt, ſicut ſupra in convexis, propoſitione xxxiv. Quoniam quanto ſphæra eſt minor, tanto concurſus cum catheto eſt propinquior, & locus imaginis anguſtior, quo brevior.

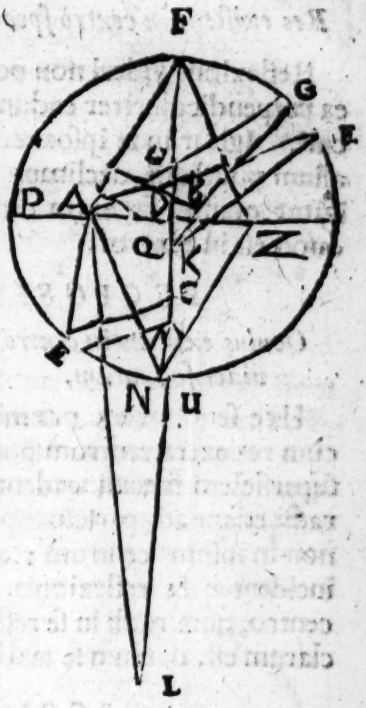
PROPOSITIO XXXIX.

In ſpeculis ſphæricis concavis, quoniam poſſibile eſt radium perpendicularem non concurrere, neceſſe eſt aliter, quam in præmiſſis, locum imaginis apparere.

Per perpendicularem, hîc ſicut in ſpæricis extra politis intelligendum, lineam rectam ductam à re viſa per centrum ſphæræ. Hæc autem perpendicularis aliquando æquidiſtat radio viſuali, & tunc locus imaginis eſt in puncto reflexionis. Idque pro-

pterea, quia punctus reflexionis divisibilis est, & ratione unius medietatis apparere deberet ultra speculum, & ratione alterius citra, ut patebit: sed quia una est forma & continua, apparet tota in media distantia, scilicet, in ipso puncto reflexionis. Quando vero concurrunt perpendicularis & radius, apparet res in eorum concursu. Quod fit diversimodè, juxta diversum situm: aliquando siquidem locus imaginis est in speculo, aliquando ultra, aliquando citra, & hoc aut inter visum & speculum, aut in ipso centro visus, aliquando etiam retro oculum. Quæ omnia ut intelligantur, oculis subjiciemus exemplariter. Sit speculum concavum *e p l*, cujus centrum sit *d*, & ducatur diameter *d a*, & sit oculus *a*, ducaturque alia diameter istum orthogonaliter secans, quæ sit *i f*, & ex * excitetur *a e* recta æquidistans diametro *i f*. Deinde signentur in diametro *i f*, puncta *m c k q*. Manifestum est igitur, quòd forma *c* ab *e* speculi puncto reflectatur ad *a* oculum, per lineam *e a* æquidistantem diametro *l f*, seu perpendiculari *c d*, & apparet in *e*. Porrò patet quòd *m* reflectitur ab *n* ad *a* per lineam *n a*, & concurrit cum perpendiculari *d m* in puncto *l*. Sed *k* reflectitur à puncto *g* ad *a* per lineam *g a*, & concurrit cum perpendiculari *k d* in *o*. Sic *q* reflectitur à puncto *r* ad *a*, per lineam *r a*, & concurrit cum perpendiculari in puncto *b*. Quòd si autem sumatur in diametro *d a*, punctus *z*, iste reflecti poterit à puncto *i*, & non concurrit cum perpendiculari *z d*, nisi in ipso oculo. Quapropter locus imaginis puncti *m*, est ultra speculum

in



l. Locus imaginis puncti *c* in *e*, scilicet in ipso speculo, Puncti verò *b* retro oculum in *o*: sic & *q* in *b*. Locus denique imaginis *z*, in ipso oculo, In his autem diversitatibus apparitionum nusquam comprehenditur veritas imaginis, nisi cùm locus ejus fuerit ultra speculum aut interviſum & speculum: unde quæ apparent in ipso oculo vel retro caput, non apparent cum certificatione rei visibilis. Visus enim non est natus apprehendere certificationem formarum, nisi sint facialiter oppositæ.

PRO-

PROPOSITIO XL.

Res existens in centro speculi concavi non videtur.

Reflexione videri non potest, quoniam radii ab ea perpendiculariter cadunt super superficiem speculi. Igitur in se ipsos redeunt, & ita ad nullum alium punctum declinant extra centrum. Cùm igitur oculus sit extra centrum, non videbit id, quod est in centro.

PROPOSITIO XLI.

Oculus existens in centro speculi concavi sphærici, videt se tantùm.

Hæc sequitur ex præmissa directè. Quoniam, cùm res extra centrum posita, radios habet super superficiem speculi cadentes obliquè, sequitur ut radii etiam ad partem oppositam reflectantur, & non in ipsum centrum: æquales enim sunt anguli incidentiæ & reflexionis. Posito igitur oculo in centro, quia radii in se reflectuntur per præmissum, clarum est, oculum se tantùm videre.

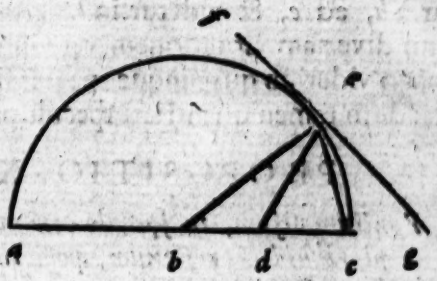
PROPOSITIO XLII.

Oculus existens in semidiametro speculi concavi sphærici, nihil eorum videt, quæ in illa semidiametro continentur.

Sit enim diameter *a b c* speculi sphærici concavi, & sit oculus in aliquo puncto semidiametri *b c*, utpote in *d*. Dico impossibile esse ut aliquis punctus à semidiametro *b c*, per reflexionem perveniat ad oculum *d*. Si enim possibile, cadat ex *c* puncto in *e* speculi, & reflectatur ad *d*, ac agatur

ad

ad punctum *e* linea cõtingentiæ *f e g*, per xvii. tertii elementorum Euclidis: erit igitur angulus *c f g*, æqualis angulo *f e d*, cùm anguli incidentiæ & reflexionis semper sint æquales. Sed ducta linea *b e*, anguli *b e f*, *b e g* erunt æquales: quia recti, per xvi. tertii Elementorum. Quamobrem *d e f*, erit major recto, & *d e g* minor. Non igitur æquales. Per sextam itaque propositionem hujus patet propositum.



PROPOSITIO XLIII.

Quilibet punctus diametri, quantumlibet producatur, potest esse locus imaginis.

Sit circulus *a m g*, super centro *d*, & ducantur duæ diametri *a g*, *e m*: sitque oculus in *e*: Planum est: punctum *l* videri in *x*, si anguli *l h g*, & *c h e*,

æquales

æquales fuerint. Similiter & punctus *o*, reflectitur à *b*, ad *e*, & videtur in *l*. Atque ita secundum diversam situationem rei visibilis poterit rei imago videri in quacunque parte diametri producta: dum tamen quantitati speculi proportionetur.

PROPOSITIO XLIV.

Punctum visum, in speculo concavo sphærico, & pluribus locis reflexum, possibile est unicam habere imaginem.

Quamvis enim à pluribus locis fiat reflexio simul, non ideo tamen necesse est plures apparere imagines. Centro namq; visus & re visa existente in eadē diametro, omnes radii visuales talis speculationis, in eodem pūcto catheti concurrunt: & sic, etsi à quolibet puncto circuli fit reflexio, tamen una tantùm existet imago. Verbi gratia, Sit speculum *a b z g*, & in diametro *a z*, sit res visa *b*, & centrum visus *e*, æqualiter remota à centro speculi *d*, & huic diametro alia ad angulos rectos ducatur, quæ sit *g b*. Planum est igitur ex *g b*, punctis fieri reflexionem rei in *b*, ad punctum *e*. Per Iv. enim primi elementorum Euclidis, trianguli *b g d*, *d g e* sunt æquales similiter *b b d* & *d b e*. Pariratione fit reflexio ad *e*, à toto circulo cujus plana superficies intelligitur ad angulos rectos erecta pla-

po

no circuli *a b z g*, ſuper diametro *g b*, quæ ſit linea communis ſectionis. Et tamen, non niſi unica imago, ab omnibus iſtis reflexionibus apparebit in puncto ſcilicet *e*.

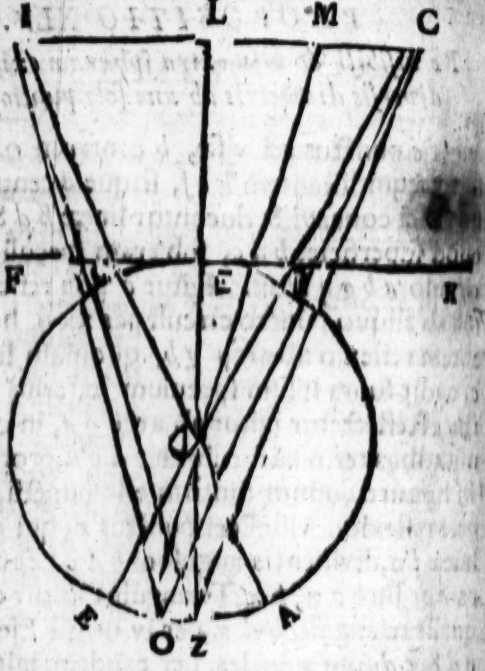
PROPOSITIO XLV.

Re viſibili & viſu extra ſphæram exiſtentibus, in diverſis diametris ab uno ſolo puncto fit reflexio.

Sit *c* punctus rei viſæ, *h* centrum oculi, & ſint ſuper æquidiſtantem *k e f*, ſitque *d* centrum ſpeculi ſphærici concavi, & ducantur lineæ *h d* & *c d*. Patet, quòd ſuperficies *h d c*, ſphæram ſpeculi concavi in circulo *a b g q* ſecet. Igitur *c* non reflectitur ad *b*, niſi ab aliquo puncto circuli per xxvi. hujus. Non autem reflexio ab arcu *g b*, quoniam linea ducta à *c*, cadit ſupra ipſum ſpeculum exterius & non interius. Reflectetur igitur ab arcu *q a*, in cujus extremitatibus terminãtur lineæ *c d*, *h d*, protractæ. Dico, in hoc arcu unum tantùm eſſe punctũ, à quo poſſit fieri reflexio: videlicet punctus *z*, qui eſt terminus lineæ *l d*, dividentis angulum *h d c*, per æqualia. Ducantur linæ *c z*, *h z*. Triangulus igitur *c d z*, erit æqualis triangulo *h d z*, per iv. primi Ele. Euclid. Sed *h d* & *c d* ſunt æquales, per eandem, igitur *h z d* angulus æqualis eſt angulo *d z c*. Ideoque res viſa in *c*, reflectetur in puncto *z*, ad *h*, viſum. Quod ſi *h d* minor eſſet quàm *c d*, vel econverſo: re viſa ſcilicet & oculo inæqualiter diſtantibus: ducatur linea contingens prædictum ſpeculum in puncto *e*, ubi linea dividens angulum *c d h*, interſecat circulum *a b g q*: veluti eſt *k f*: vel utcunque ex *d c* & *d b* ſumantur portiones æquales, & linea

recta

recta connectantur, ut triangulus Isosceles constituatur, eadem ratione demonstrabitur a z puncto, c in b reflecti. Quod autem à nullo præterea puncto reflectatur planum est. Si enim ab alio etiam puncto reflectitur, reflectatur ab o. Ducantur b o & c o lineæ, & dividat linea o d m, angulum b o c per æqualia. Erit igitur c z minor, quàm c o; & b o, quã b z, quia remotior à centro, per viii. tertii Elementorum. Per tertiam itaque sexti elementorum, sicut se habet c z ad b z, ita se habet c l ad b l. Similiter per eandem, erit ut c o ad b o, ita c m ad b m. Porro per viii. quinti elementorum erit major ratio b z ad c z, quam b o ad c o. Quare per xi. quinti elementorum major quoque erit ratio b l ad c l, quàm b m, ad m c; quod est contra viii. quinti elementorum. Est igitur impossibile ab o, vel à quo-



quocunque alio præter *a z* puncto, fieri reflexionem rei visæ in *c*. Quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO XLVI.

Possibile est, idem in speculo concavo duas habere imagines.

Ad hoc ut res duas habeat imagines, duo requiruntur: primum est, ut à pluribus partibus speculi super oculum sit reflexio: alterum est, ut loco imaginis fit alius, & alius, secundum diversitatem reflexionum, idque in sensibili distantia. Et secundum hujusmodi diversitatem situs rei ad speculum, potest res duas imagines, tres, vel quatuor, & non plures habere. Verbi gratia, Sint duæ diametri speculi se orthogonaliter secantes, *b d q*, *a d g*: ducatur iterum tertia diameter *e d z*, quæ dividat angulum *b d g* per æqualia, & à puncto *e* termino diametri mediæ ducantur

duæ perpendiculares super primas diametros, scilicet *e c*, *e b*. Erunt igitur duo trianguli *e c d*, & *e b d*, æquales. Quòd si oculus ponatur in *b*, & visibile in *c*, reflectetur forma in *c*, à puncto *e* ad *b*, & erit locus imaginis *e*, quoniam *e b* æquidistat *c d*. Amplius, *c* reflecti potest à puncto *z*, quoniam trianguli *c d z* & *b d z*, sunt æquales. In hoc tamen situ non potest à pluribus partibus speculi fieri reflexio,

reflexio, ſicut patet per præmiſſam. Locus autem imaginis eſt in *f*.

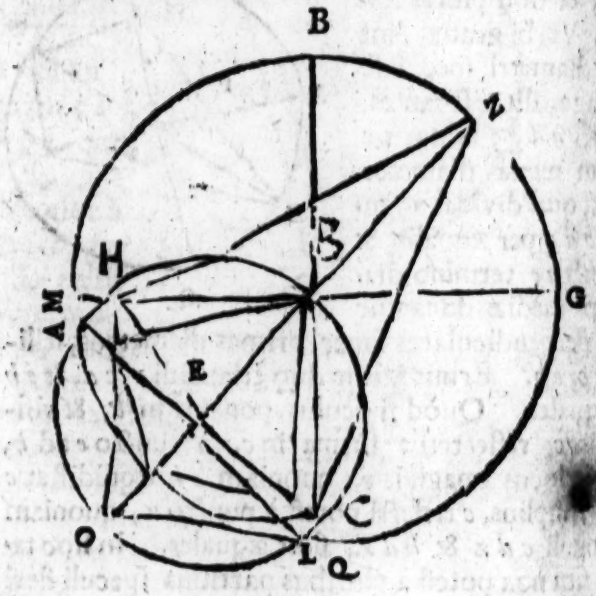
PROPOSITIO XLVII.

Poſſibile eſt, idem in ſpeculo concavo tres habere imagines.

PROPOSITIO XLVIII.

Poſſibile eſt in ſpeculo concavo, unius rei quatuor imagines apparere.

Accipiantur enim duo puncta in diverſis diametris, quorum unum intra circulum, & aliud in ipſa circuli circumferentia vel extra ſit, ac deſcribatur



circulus,

circulus, qui hæc duo puncta cum centro ſpeculi concludat. Quod ſi iſte circulus ſecuerit circulum ſpeculi in uno loco, erit reflexio ab uno arcu tantum: ſi in duobus, poterit eſſe reflexio ab uno puncto arcus interjacentis diametros, aut à duobus, aut à tribus, & aliquando à quatuor. Verbi gratia, Sit ſpeculum, ut ſuprà, *a b g q*, ſitque ejus centrum *d*: & ſumantur duæ diametri *a g*, *q b*, ſitque tertia diameter *e z*, quæ angulum à primis contentum dividit in æqualia. Deinde ſumatur punctus *c*, in diametro *q b*, ut ſit circumferentiæ propinquior, quàm punctus *c* in demonſtratione de duabus imaginibus, & ex *a g* abſcindatur *a h* linea æqualis *q c*. Dico igitur quòd *c* reflectitur à puncto *e*, & à puncto *z*, ſicut patet ex præhabitis. Amplius reflectitur etiam præterea ab aliis duobus punctis. Si enim ex puncto *c* exeitatur perpendicularis, hæc neceſſario cum diametro *z e*, concurret extra ſphæram ſpeculi, ut in puncto *o*: & ſi deſcribatur circulus per *h d c*. tranſibit etiam neceſſariò per *o* punctum. Et cum hic circulus minor ſecet majorem in duobus punctis, quæ ſunt *m l*, ducantur lineæ *h m*, *d m*, *c m*, & *c l*, *d l*, *h l*. Erit igitur angulus *c l d*, angulo *d l h* æqualis, per xxi. elementorum. Quoniam cadunt in circumferentias æquales, in quartas ſcilicet circuli minoris. Igitur *c* poterit reflecti ab *l*. Item eadem ratione angulus *d m h* æqualis erit angulo *d m c*. Quare quoque *a b m* puncto reflecti poteſt. Punctus itaque *c* quatuor imagines habebit.

PROPOSITIO XLIX.

In ſolis ſpeculis concavis, res confusè & dubiè apparere.

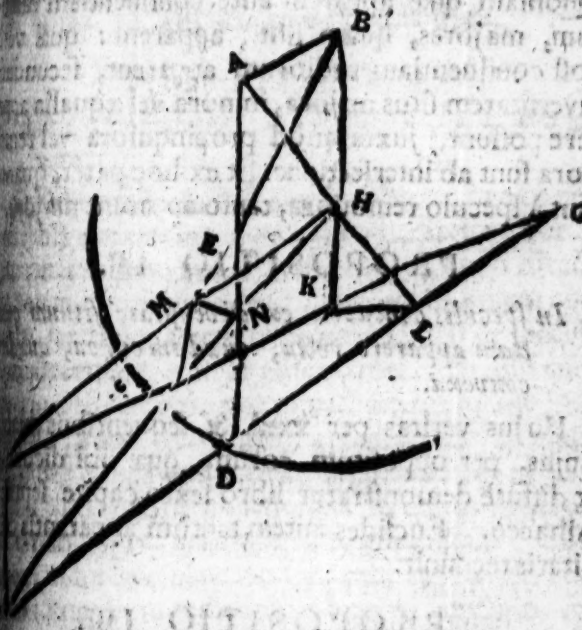
Quoniam in his ſolis ſpeculis, res apparent in oculo, vel retro oculum. Viſus autem naturaliter non acquirit formas, niſi rerum facialiter objectarum. Et ideo res, quæ aliter apparent, dubiè & confusè neceſſe eſt apparere.

PROPOSITIO L.

In ſpeculis concavis, res nunc converſas, nunc everſas apparere.

Hanc demonſtravit Euclides in libro de ſpeculis. Radii procedentes à re viſa aliquando concurrunt, antequam ad ſpeculum perveniant, aliquando non. Quando concurrunt, videntur res converſæ: quando verò non concurrunt, videntur res everſæ & oppoſitæ, ſcilicet ſiniſtra dextris permutata, ut in ſpeculis planis. Sit res viſa *a b*, & ſpeculum concavum *c d*, radii à re viſa poſt concurſum in *e* incidentes in ſpeculum, ſint *b c*, *a d*, qui reflectantur in *g*. Ducatur cathetus *b h*, donec concurrat cum radio reflexo, *c g*, & ſignetur punctus concurſus, cum nota *k*: ſimiliter ab *a* procedat cathetus, donec contingat *d g* radium reflexum, & ſignetur cum nota *l* concurſus, ac connectantur per lineam rectam puncta *k l*. Eſt igitur *k l* imago rei viſæ, & punctum *b*, quod eſt ſurſum & elevatum, videtur in *k* deorſum, ſic *a*, quod eſt deorſum, videtur in *l* ſurſum. Quod patet ex illo principio, Quæ ſub elevatioribus radiis videntur, elevatiora apparent: videtur itaque ab linea

net conversa. Porrò sit res visa *m n*, cujus radii non concurrunt antè incidentiam in speculum, & sint radii ab *e* ad procedentes *m c*, *n c*, qui reflectantur in *g* punctum. Deinde ducatur cathetus *hm*, donec ultra speculum concurrat cum *g c*, in puncto *o*: fic & *h n* cathetus projiciatur in continuum



dumque, donec cum *g d* in *p* concurrat, ac *o p* recta per lineam rectam conjungantur. Erit igitur *o p* imago rei visæ, quæ eversa & opposita, ut in planis speculis, apparebit. Patet itaque propositum. Qui verò copiosiorem hujus demonstrationem desiderat, sextum consulat perspectivæ Alhacen.

PROPOSITIO LI.

In ſpeculis concavis, res aliquando pares, aliquando majores, aliquando verò breviores apparere.

Hoc copioſiſſimè demonſtratur in vi. perſpectivæ: ſed tamen breviter colligitur ex præmiſſa. Quoniam quæ apparent ante confluentiam radiorum, majores, quàm ſint, apparent: quæ verò poſt confluentiam radiorum apparent, ſecundum diverſitatem ſitus majora, minora vel æqualia apparere poſſunt, juxta quòd propinquiora vel remotiora ſunt ab interſectione. Et ex hoc patet, quantò ſunt à ſpeculo remotiora, tanto apparent majora.

PROPOSITIO LII.

In ſpeculis concavis, ex diverſitate ſituum quædam apparere rècta, quædam curva, quædam convexa.

Hujus veritas per xxxi. & ſequentibus duabus hujus, per oppoſitum eorum, quæ ibi dicuntur, & diffusè demonſtratur libro ſexto capite ſeptimo Alhacen. Euclides autem tantùm apparentis curvitatis meminit.

PROPOSITIO LIII.

In ſpeculis columnaribus intrà politis eoſdem errores accidere, qui & in ſphæricis accidunt.

Et hæc luculenter demonſtratur libro ſexto, capite octavo. Non opus eſt ut diu in ejus demonſtratione elaboremus, quia haud difficile eſt intellectu, quomodo errores, qui in prædictis contingunt,

gur, his competant, de numero imaginum, situ, rectitudine, & curvitate apparitionum, &c.

PROPOSITIO LIV.

In pyramidalibus concavis, omnes errores accidere, qui accidunt in columnaribus concavis.

Hoc satis liquet ex prædictis; & libro sexto, capite nono, ab Alhacen est demonstratum.

PROPOSITIO LV.

In speculis concavis, ad Solem positis, ignem generari.

Quòd speculum, si est portio sphæræ, in ejus centro ignis generatur, concursu videlicet radiorum reflexorum cum radio incidente, quando directè ad Solem convertitur, patet. In speculis autem concavis, factis per artem traditam in libro de speculis comburentibus, res se aliter habet. In illis enim speculis reflectuntur omnes radii extra locum incidentiæ, propè vel longè, prout speculum magis vel minus concavum fuerit. Omnes autem radii à tali speculo reflexi, concurrunt in unum punctum ad aërem disgregandum & inflammandum. Cùm autem in speculo concavo sphæricæ figuræ, non fiat reflexio omnium radiorum ad unum punctum, sed ab aliquo circulo, debiliter à talibus ignis accenditur.

PROPOSITIO LVI.

Stellas quasdam ex reflexione radiorum solarium ad ipsas, apparenter scintillare.

Cùm enim Stellæ ſint corpora ſolida, æquales ſuperficiei, neceſſe eſt, ut habeant ſuperficies ſpeculares: reflectunt ergo radios Solis. Sed quia corpora cœleſtia continuè moventur, ideo anguli incidentiæ continuè variatur: quare & reflexionis. Talis autem ſenſibilis variatio facit quandam vibrationis apparentiam. Quanquàm autem autor perſpectivæ aliter ſentiat, tamen mihi non videtur totam ſcintillationis cauſam, oculorum defectui aſcribendum eſſe. Nec conatus quiſquam, nec radiorum involutio hoc per ſe efficere poteſt. Videmus enim ſuperficies ducurvatas Soli oppoſitas, ex multa clara, ac ſplendenti, & forti luce ſuperfuſa, ſcintillare, quæ tamen ſumma facilitate oculo præſentantur. Item viſus tantùm deficit in comprehenſione quorundam planetarum, quantùm in aliarum ſtellarum. Et Canicula, & inter ſtellas fixas aliæ quædam clariores videntur quam aliæ, ubi nec viſus plus conatur, nec magis quam in aliis reverberatur. Et ſi igitur defectus viſus aliquid ad ſcintillationem conferre poteſt, non tamen eſt ejus cauſa ſufficiens. Sed dicat fortè aliquis. Si ſtellæ ſunt ſpecula, ergo intuendo ſtellas debebat apparere Sol. Item ſicut dictum eſt de ſtellis fixis, ita eadem ratione planetas oporteret ſcintillare. Quantùm ad primum, reſpondendum, ſi totum cœlum eſſet ſpeculum, tamen oculus in centro exiſtens videret ſe tantùm, ut patet ex xl. hujus. Quia igitur anguli incidentiæ & reflexionis æquales ſunt, radius à Sole cadens reflectitur, vel in ſe, ſi perpendicularis eſt, vel in aliam partem cœli, ſi non eſt perpendicularis. Non igitur in terram. Ad ſecun-

dum

[illegible] autem ita respondendum. Planetas non scin-[illegible], quia propè sunt. Radius enim Solis, ca-[illegible] super corpus stellæ fixæ per reverberationem [illegible], facit magnum angulum incidentiæ, & per [illegible]quens reflexionis, ita quòd propter elonga-[illegible] radii à stella, visus potest advertere aliquo [illegible] diversitatem luminis Solaris & stellarum re-[illegible] à stella. Contrà verò in corporibus planeta-[illegible], quia propè sunt, angulus, quem constituit [illegible] incidentiæ & reflexionis cum superficie pla-[illegible], minor est. Quapropter aspectus noster non [illegible]guit inter lumen planetæ & Solis, ab eodem [illegible]exum.

[illegible]NIS SECUNDI LIBRI PERSPECTIVÆ COMMUNIS.

TERTIUS LIBER PERSPECTIVÆ COMMUNIS.

PROPOSITIO I.

Solus perpendicularis porrigitur rectè, alterius diaphaneitatis medio occurrente.

ISta propositio, quæ est prima hujus tertii libri, patet ex declaratione xiv. & duarum sequentium primi libri.

PROPOSITIO II.

Fractio radii tantùm in ipsa superficie medii secundi contingit.

Quoniam Lux in omni diaphano rectè movetur, quantùm in se est: incurvatio igitur vel declinatio à rectitudine esse non potest, nisi in loco, ubi duo diaphana se contingunt. Quod si in eodem corpore coutinuè sit diversificatio, secundum rarum & densum sensibiliter diversum, an in tali diaphano lux habeat declivem incessum, satis prolixè disputatur. Ego tamen magis sum in ea sententia quòd sit, quàm quòd non sit. Tametsi autor perspectivæ contrarium sentiat.

PRO-

PROPOSITIO III.

Anguli fractionis diversificantur, secundum diversitatem declinationis, & differentiam diaphanitatis secundi medii.

Hujus causa patet ex prædictis: quoniam duæ sunt causæ fractionis, una à parte radii, debilitas scilicet ex declinatione: & alia à parte medii, diversitas sc. diaphanitatis. Quia igitur quantò major est declinatio radii, tantò quoque major ejus debilitatio, sequitur ut etiam propterea major sit fractio. Amplius ex parte medii. Quia quantò medium densius est, tantò magis resistit: sequitur, ut non fiat proportionalis transitus, nisi fiat major fractio, quàm in medio rariori. Et ideo quò densiora sunt media secunda, eò necesse est res apparere majores vel minores, sicut infrà docebitur.

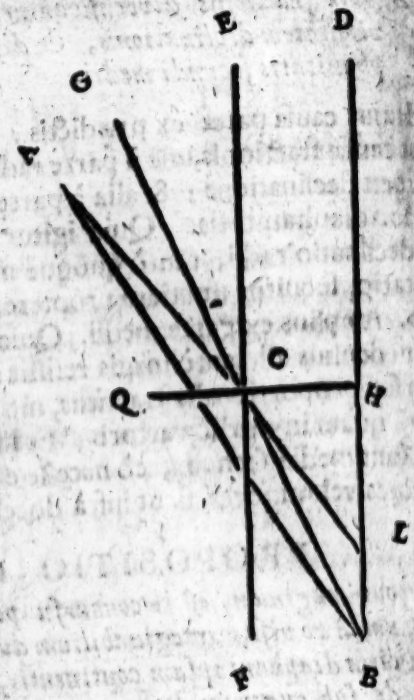
PROPOSITIO IV.

Locus imaginum, est in concursu perpendicularium à re visa, imaginabilium duci in superficiem diaphani ipsam continentis, cum pyramide, sub qua res videtur.

Sicut suprà patuit, omnia quæ videntur rectè, apparent: ac propter comprehensionem radii, per quam res oculo præsentatur, existimatur res esse in fine ipsius radii in continuum producti. Sicut ergo pro fundamento in speculis supponitur, rem apparere in concursu cum catheto, ita & in propositio fit. Verbi gratia, sit visus *a*, visibile *b* intra aquam, sitque *b c* radius, per quem species visibilis venit versus oculum, iste radius procederet in *g*,

si

si medium esset ejusdē naturæ & diaphanitatis: sed nūc frangitur à perpendiculari *f e.* & cadit in *a*. Ducatur igitur radius *a e*, scilicet radius visualis, in continuum & directū, donec contingat perpendicularem erigibilem à re visa *b b d*, in *l*, erit igitur locus apparitionis in *l*, quæ secundum veritatem est in *b*.

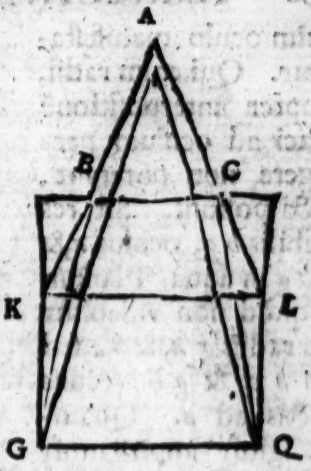


PROPOSITIO V.

Rem visam per radios fractos, extra locum suum necesse est apparere.

Hoc patet ex prædictis: si enim in concursu perpendicularium & radiorum visualium apparet res visa, & hic concursus est extra locum rei visæ: Necesse

Neceſſe eſt ergo, rem alibi, quàm ubi ſit apparere. In planis autem diaphanis, ſemper imago apparebit propinquior, quàm res ſecundum veritatem ſit. In ſphæricis hoc, ſicut infrà patebit, aliter eſſe poteſt. In planis autem univerſaliter ſic di, verbi gratia, *g q*, apparebit in *k l*.



PROPOSITIO VI.

Res partim exiſtens in aëre, partim in aqua, fracta apparet.

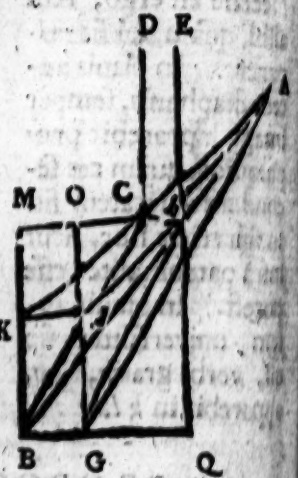
Si enim pars exiſtens in aqua propinquior apparet, quàm ſit ſecundum veritatem, & res extra aquam in loco ſuo apparet: Ergo partes iſtæ, directè continuatæ apparere non poſſunt. Apparent itaque continuatæ indirectè. Quamobrem fracta æſtimatur.

PROPOSITIO VII.

Poſſibile eſt aliquid videri per radios fractos, quod per directos ad oculum non pertingit.

Hoc experimento patet. Quoniam ſi ponatur aliquid in profundo vaſis mediocris altitudinis, & in tantam diſtantiam à viſu promoveatur, ut amplius apparere deſinat, deinde aqua in fundatur, ſtatim

ſtatim oculo manifeſtabitur. Qui enim radii, propter interpoſitionẽ opaci ad oculum pertingere non poterant, fracti poſſunt. Sit res viſibilis *b g*, oculus *a*, & ſit *b g* in aqua. Planum eſt quòd non videbitur ſub radiis *g a*, & *b a*, ſed ſub *b c*, & *g h*, radiis fractis ad *a*. Quamvis igitur impediantur radii *g a* & *b a*, ut pertingant ad oculum, non tamen impediuntur fracti. In aëre autem fieret viſio ſub *g a* & *b a*, radiis. Illis igitur impeditis, in aëre res per eos videri non poteſt: adveniente verò fractione ex diverſitate medii, poterit conſpici.



PROPOSITIO VIII.

Rei viſæ radiis fractis, impoſſibile eſt certificari quantitatem.

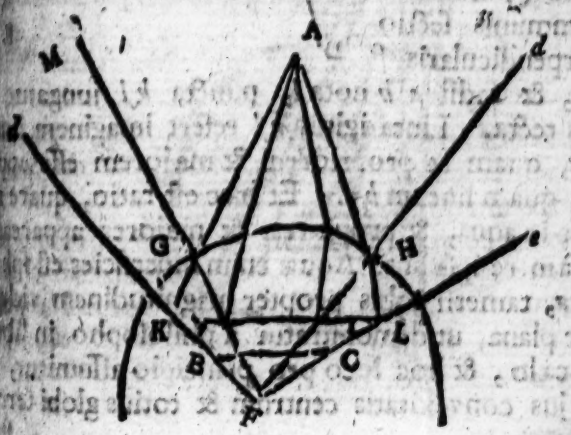
Cujus ratio eſt: quia ad quantitatis certificationem requiritur cognitio diſtantiæ, & comprehenſio anguli pyramidis, ſub quo res videtur. Sed utrumque horum deficit, cum radii oculum moventes frangantur, & per conſequens angulus diverſificetur. Ex quo ſequitur, ut quantitas ſtellarum veraciter non cognoſcatur. Quia cœlum eſt corpus ſubtilius, quam aër vel ignis.

PRO-

PROPOSITIO IX.

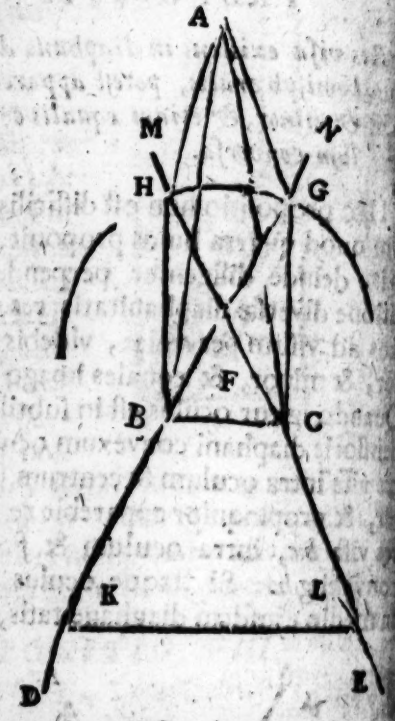
Res visa existens in diaphano densiori superficiei hemisphæralis, potest apparere major quàm sit, & minor, & etiam æqualis convexitate ad oculum conversa.

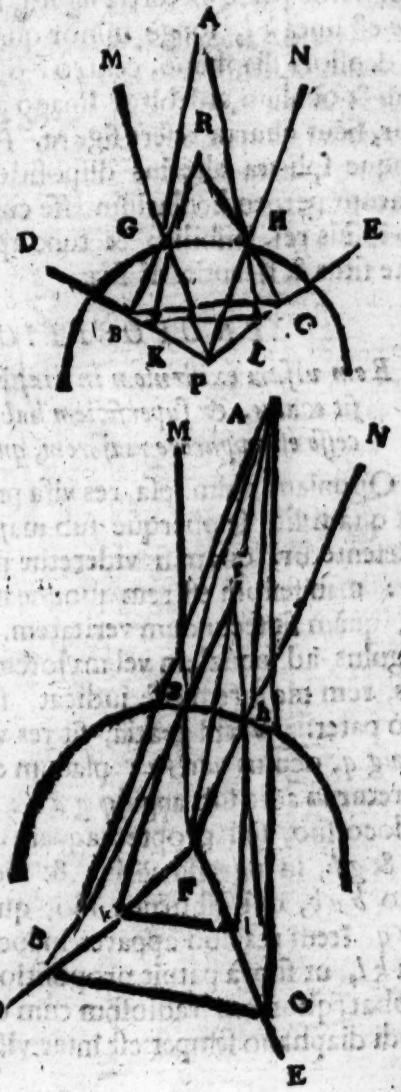
Hæc propositio non est difficilis intellectu. Si enim quod quarta hujus proponit, hîc quoque assumas, deinde diligenter perpendas quomodo pro ratione diversæ diaphanitatis res per radios refractos ad visum perveniat, videbis quomodo & major, & minor, & æquales imago rei visæ appareat. Quando igitur oculus est in subtiliori diaphano, & densioris diaphani convexum oculo obvertitur, ac res visa intra oculum & centrum fuerit, imago major, & propinquior apparebit re visa. Sit oculus, res visa *b c*, intra oculum & *f* centrum diaphani convexi *g h*. Si itaque oculus cum re visa essent in medio ejusdem diaphanitatis, videretur res sub



angulo

angulo *b a c*. Sed cùm radius *b g*, & *c b*, à perpendiculari *f b n*, occurrente ſubtiliori diaphano, frangantur à perpendiculari *f g m*, ad viſum in *a*, & imago puncti *b*, videatur in communi concurſu perpendicularis *f b d*, ac radii *a g*, ab oculo in directum continuumque procedentis, notetur communis interſectio nota *k*, ſimiliter communis ſectio perpendicularis *f c e*, & radii *a b* nota *l*, puncta *k l* jungatur linea recta. Linea igitur *k l* refert imaginem lineæ *b c*, quam & propriorem & majorem eſſe appareret quàm lineam *b c*. Et hæc eſt ratio, quare res viſæ in aqua, & propiores, & majores appareant, quàm re ipſa ſint. Aquæ enim ſuperficies eſt ſphærica, tametſi nobis propter magnitudinem videatur plana, ut demonſtratur à philoſopho in libris de cælo, & hoc loco pro principio aſſumitur, & hujus convexitatis centrum & totius globi terreſtris





nor:

nor: hoc patet ex tertia figura, in qua imago lineæ *b c* est linea *k l*, longè minor quam *b c*. Sed oculo in densiori diaphano, centro existente inter rem visam & oculum, videbitur Imago propinquior & minor, sicut quarta refert figura. Potest tamen quandoque sphæra alterius dispositionis concursus dictarum perpendicularium esse cum re visibili, in loco ipsius rei visibilis: & tunc apparet res in veritate situs & quantitatis suæ.

PROPOSITIO X.

Rem visam existentem in diaphano densiori, quàm sit oculus, & superficiem habentem planam, necesse est apparere majorem, quam sit.

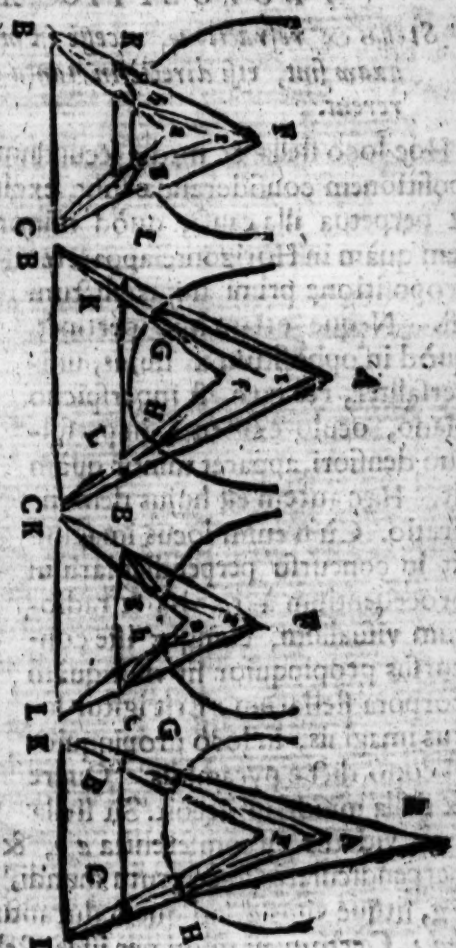
Quoniam enim ipsa res visa propinquior apparet quàm sit, semperque sub majori angulo oculo præsentetur, quàm si videretur per directos radios: manifestum est rem quoque majorem apparere, quàm sit secundum veritatem. Minor namque angulus ad æqualem vel majorem distantiam relatus, rem majorem esse judicat, sicut ex primo libro patet. Verbi gratia, sit res visa existens in aqua *g q*, oculus verò *a*: planum est, quòd *g q*, videretur in aëre sub angulo *g a q*: videretur etiam in loco suo, sed propter aquam frànguntur radii *q c* & *g b*, in ingressu aëris: & videtur res sub angulo *b a c*, qui est major illo, qui continetur sub *g a q*. Item res non apparet in loco suo, sed in linea *k l*, ut suprà patuit propositione v. Idem comprobat, quoniam radiosum cum catheto in hujusmodi diaphano semper est inter visibile & visum.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Concavitate diaphani densioris ad oculum versa, accidit converso illi, quod contingit conversa ad oculum convexitate.

Quando e-
[illegible] oculus
[illegible] in subtili-
[illegible] medio, &
[illegible]cavitas ob-
versa oculo,
[illegible] oculus in-
[illegible] centrum
[illegible]rem visam,
[illegible]go quidē
propinquior
videbitur,
[illegible] minor. I-
[illegible] fit cæte-
[illegible] paribus,
quando cen-
[illegible] inter o-
[illegible] & rem
visam collo-
cetur. Ocu-
lo verò exi-
stente in den-
siore medio,
cōcavitate te-
nuioris ad o-
culum con-
versa, sive o-
culus sit inter

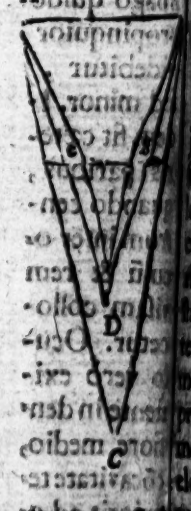


rem visam, & centrum, seu centrum inter oculum & rem visam, apparebit imago remotior & major: quæ omnia patent in figuris.

PROPOSITIO XII.

Stellas ex refractione, necesse est minores apparere quam sint, etsi directè in tanta distantia apparerent.

Hoc loco stellæ & media secundum naturalem dispositionem considerandæ sunt, exclusis vaporibus & perpetua illa causa, quòd minores circa verticem quàm in Horizonte apparerent, de qua lxxxii propositione primi hujus dictum est. Neque etiam huc pertinet, quòd in oppositum x. hujus, universaliter, res quæ est in perspicuo plano, oculo existente in perspicuo densiori, apparet minor quàm sit. Hæc autem est hujus demonstratio. Cùm enim locus imaginis sit in concursu perpendicularium procedentium à re visa & radiorum visualium, cumque iste concursus propinquior sit visui quàm corpora stellarum: Erit igitur locus imaginis, in loco propinquiori cono dictæ pyramidis. Quare & stella minor apparebit. Sit stellæ



quæ videtur circumferentia *a b*, & ducantur in perpendiculares in centrum mundi, quæ sint *a e b g*, sitque visus *d*, ad quem ducantur lineæ *a d*, *b d*: Certum est quod per istas stella non videt

Nu

Nulli enim radii sine refractione ad visum perveniunt. Cum igitur radii, sub quibus fit visio, franguntur ad perpendicularem, ut concurrant ad visum in *d*, non cadant ambo extra *a d* & *d b*, sed vel ambo intra, vel unus saltem extra, & alter intra. Et sunt *a e* & *b g*, qui franguntur in punctis *e* & *g*, & cadunt in *d*. Si igitur quæratur, ubi radii *d e* & *d g*, cum pyramide *a d b* concurrant? Planum est quòd citra corpus stellæ, propter stellarum impropriationabilem à nobis distantiam. Ergo minores apparent, quàm si directè viderentur.

PROPOSITIO XIII.

Stellas in Horizonte propinquiores Aquiloni apparere quàm Meridionali circulo propinquantes.

Hoc probo sic: Ducatur linea inter ortum cujuscunque stellæ ad meridiem declinantis, & occasum ejus. Ducatur & alia ei æquidistans per oculum inspectoris, utrinque ad latera horizontis. Dico quòd accessus stellæ ad meridiem, vel elongatio ab Aquilone, est secundum comprehensionem distantiæ harum duarum linearum. Certum est autem, quòd harum duarum linearum distantia in medio facilius apprehendi potest, quod est aspectui propinquius, & etiam ex latitudine terræ, quæ in meridie extenditur, quàm in extremis, quæ magis elongantur à visu. Et linea terminalis distantiæ harum duarum linearum utrobique sub acutiori angulo videtur, quam linea distantiæ in medio: Verbi gratia, Sit prima linea *a b*, secunda *c d*, sitque *a c*, & linea mediæ distantiæ *f g*; extremæ verò

distantiæ, *h k*, Planum est, quòd longè major est angulus *f e g*, quam *h e k*. Autor autem Perspectivæ, hanc diversitatem attribuit fractioni, quia cùm stella est in puncto verticali, videtur sub radiis perpendicularibus, & non fractis. Cùm autem est in horizonte, videtur sub radiis fractis & reflexis, vel fractio causa est, ut magis videantur appropinquare Aquiloni. Hæc ratio, etsi bona est, tamen non videtur accomodari posse omnibus stellis: quia non solum stellæ quæ transeunt per punctum verticale, sed etiam multæ aliæ, quæ multum à vertice elongantur, sicut & aliæ ultra vel citra tropicum hyemalem, sic se habent, quòd remotiores à polo apparent cùm sunt in sublimi, & tamen certum est, quòd sub radiis fractis utrobique videntur. Item stellarum per verticem transeuntium unus solus radius perpendidularis, & non fractus intrat oculum aspicientis. Non igitur una ratio sine alia sufficit. Fractionem autem esse causam, ut stella Aquiloni appareat magis appropinquare, patet sic. Sit circulus magnus *a b*, in quo sit stella sitque circulus minor huic concentricus signans sphæram ignis, & posito oculo in *d*, ducantur duæ lineæ *a d* & *b d*. Planum est, quòd sub his radiis stella non videtur. Radius igitur sub quo videtur *a* punctus, aut cadit extra lineas istas, scilicet Aquiloni propinquius,

ter infra. Si extra, ut in *c*, frangatur igitur ad perpẽdicularem *c f*, & cadat in *d*: si ponatur cadere infra *a d*, G id est remotius ab Aquilone, impossibile est quòd cadat in punctũ *d* quia frangitur ad perpendicularem. Videbitur igitur punctum *a* in *b*, loco magis ad Aquilonem. Eadem ratione necesse est, ut punctus *b* videatur elevatus, & ita locus imaginis totius stellæ est ad Aquilonem elevatus, videturque ejus imago altius supra horizontem *g f*, quàm sit in veritate. Quapropter oriente Sole vel Luna vel alia stella, antequam sit perorta ejus medietas, potest nobis apparere totaliter perorta. Imò stella existente sub horizonte, potest nobis apparere supra horizontem.

PROPOSITIO XIV.

Omne quod videtur, directè videtur & refractè, una tamen ejus existente imagine.

In libro primo ostensum est, quemlibet punctum rei visæ, figillare punctum sibi oppositum in glaciali, per radios super corneam perpendiculariter orientes. Sed quia quilibet punctus in omnem partem medii spargit lucem suam, necesse est, quòd quilibet

bet punctus rei visibilis totam occupet pupillam; & quilibet punctus in quolibet puncto glacialis radiet. Sed quia ab uno puncto super oculum non potest egredi nisi unus radius perpendicularis, frangantur igitur omnes, præter unum in ingressu corneæ, Ipse autem punctus apparet in loco suo, ubi fractus radius concurrit cum perpendiculari. Et quamvis in quolibet puncto perpendicularis obumbret fractum, radii tamen fracti ad hoc valent, ut res, ex concursu utriusque luminis, claris videatur.

PROPOSITIO XV.

Per fractionem multa extra pyramidem radiosam videri.

Pyramis radiosa, est aggregata ex radiis perpendiculariter super corneam orientibus, & totamen uveæ intrantibus, quod parvum est. Multa ergo ex latere videntur imperfectè, quæ intra dictam pyramidem non continentur, sicut ad sensum patet. Et quæ sic videntur, debiliter videntur. Cùm enim omnes in ingressu corneæ frangantur, tamdum per radios fractos videntur.

PROPOSITIO XVI.

Ex concursu radiorum fractorum possibile est ignem generari.

Quòd radii reflexi ignem generare possint, patet ex xvii. & penultima secundi hujus. Contingit etiam idem in corporibus diaphanis rotundis, solaribus radiis expositis. Sed inter specula & diaphana hæc est differentia, quoniam in speculis generatur ignis inter speculum & Solem: in diaphanis autem

rem, & conversi ipsum diaphanũ interponitur. Verbi gratia, sit cristallus rotundâ, cujus diameter sit a z, cadantq; à Sole in o radii o c, o s, o i, o p, o q. Certum est quòd solus o i cadit in centrum o, proceditque non frangitur usque in b. Alii ergo frangitur ad perpendicularem, & cadunt à c in b, ab s ad g, à p ad m, à q ad n. Veniens ergo radius c b ad superficiem aëris concavã, non procedit di-

rectè in *e*, sed frangitur à perpendiculari *b k*, usque in *b*, & sic de aliis: quibus aggregatis, rarefacto aëre, ultra terminos suæ speciei; ignis generatur.

PROPOSITIO XVII.

Omnis radius directus, reflexus, vel fractus, tanto debilior est adurendo, quanto minus figitur in objecto.

Et hoc potest esse, vel ex motu objecti, vel ex motu luminosi. Objecti quidem, sicut propter velocem motum fluminum, non fiunt in eis tantæ exhalationes, quemadmodum in aquis marinis, propter quod & salsedine carent. Propter motum autem velociorem luminosi, accidit quòd sub æquinoctiali circulo temperatior est habitatio, quàm sub quovis alio parallelo. Habitantibus enim sub æquinoctiali, tantùm Sol commoratur supra Horizontem, quantùm infrà: dierumque calor ex æquo temperatur noctis frigiditate. Sed quibus Sol aliquot diebus vel mensibus est suprà Horizontem propter perpetuam Solis præsentiam, ferventissimum calorem sentiunt. Inde est, quod etsi brevem in Lithuania, propter sphæræ obliquitatem, æstatem habent, tamen eorum fruges copiosè & citò crescunt & maturescunt: contrà, hyemem propter Solis exiguam super eorum Horizontem moram, habent rigentiorem. Hac itaque de causa, quò magis dies æquantur suis noctibus alicujus regionis, eò temperatior censenda. Quod tamen præcipuè de iis intelligendum est, qui radios Solis perpendiculares non sentiunt.

PROPOSITIO XVIII.

In generatione Iridis, trium prædictorum generum concurrere radiationes.

De radiis rectis patet, quia Iris generatur ex opposito Solis. De reflexis certum est, quoniam stillæ sphæricæ, quædam sunt speculares, levis superficiei, ad modum aquæ radios reflectentes. De fractis insuper patet, quoniam lumen Solare intrat in profundum aquæ quamvis reflectatur.

PROPOSITIO XIX.

Causam rotunditatis Iridis, principaliter consistere in nube.

Quando enim nubes regulariter suspensa est, terræ æquidistans, certum est, quod roratio regulariter descendit, & hoc ad circularitatem sufficit. Aquæ enim nebulosæ suspensæ, & irregulariter, non habent in se impressionem regularem. Quidam autem ponunt causam ex parte radiorum, & dicunt, quod lumen radiosum intrat nubem roridam, & inde ultra nubem concurrit in puncto uno, sicut declaratur in xvi. hujus. Post concursum autem ipsum lumen iterum dilatari in pyramidem, cujus medietas cadat in nubem, & faciat per consequens impressionem semicircularem, alia verò medietate cadente in terram. Sed ad hanc opinionem condendam, cadat radius Solaris per foramen rotundum, certum est, quod erit rotundus: opponatur si lapis hexagonus, generans colores Iridis, certum est, quod generat Iridem, eamque non in figura radii, quæ est orbicularis, sed in figura lapidis,

pidis, quæ est columnaris. Si ergo consimilis passio consimilem habet causam, oportet, ut causa figuræ arcus Iridis quærenda sit in nube, & non in radio. Item hæc positio est contra sensum. Quia Iris generatur à Sole, sine aliquo interposito, in nubem roridam radiante. Quod lumen radians in nubem vocat Philosophus radium mediæ rotunditatis. Lumen enim figuram accipit à medio, in quo est. Alii ponunt rotunditatem in radio ex se ipso. Dicunt enim quod radii pyramidaliter egrediuntur à Sole, & medietas ejus cadat in nubem, & faciet dictam figuram. Sed hoc nihil est, quoniam sic de toto lumine Solari, ergo quilibet punctus Solis implet totum hemisphærium lumine suo. Si de particulari aliqua pyramide, igitur pyramides non sunt à se distinctæ, & ab invicem divisæ, sed unum est corpus continuum lucis, in se potentialiter infinitas pyramides continens, quarum quædam habent conum in luminoso, & quædam in objecto vel in medio.

PROPOSITIO XX.

Diversitatem colorum Iridis, tam ex nubi, quam lumine variatione provenire.

Nubis variatio ex hoc accidit, quod roratio descendit ad centrum & angulum. Est igitur per consequens inferius strictior, & superius latior. Certum enim est, quod omnia gravia descendunt ad angulum: & ita non potest esse pyramis rotunda, quæ habeat conum surſum, & latitudinem deorsum. Superius igitur est lata, & paulatim descendendo densior, tum propter pyramidis con-

gustationem

gustationem ex descensu ad angulum provenientem: tum propter hoc, quòd grossiores partes citius descendunt, aptior est superius ad colores nobiliores, & luci conformiores, & inferius minus. Potest etiam esse diversitas à parte luminis directè in nubem cadentis, & magis fracti in singulis partibus nubis. Sed & reflectio à stillis, super alias stillas, quæ omnia in lumine magnam solent diversitatem efficere, ut in primo hujus per tractatum est. Quòd autem dicunt quidam, in eisdem nubis partibus diversos generari colores, nec in omnibus illis apparere, sed in illis tantum, ad quos radii eos constituentes reflectuntur, mihi non fit verisimile. Quoniam impressiones quæcunque non videntur per radios à quibus generantur, sed per speciem propriam, extra locum reflexionis sicut patet in radio transeunte per vitrum coloratum, usque in corpus oppositum. Idem est videre in coloribus, qui generantur in lapidibus hexagonis, & ex omni parte videntur. Quæ autem falsò dicuntur de Iride, ut plurimum refelli possunt, ab his, quæ in hujusmodi lapidibus conspiciuntur.

PROPOSITIO XXI.

Generationem Iridis cataclysmum excludere.

Excludit quidem par modum signi convenienter dati, sed non est sufficiens significatio serenitatis. Non enim omnis resolutio, sed subtilis tantum parit Iridem. Colores enim nobiles in Iride concurrentes, quales pictor imitari non potest, densarum nubium obscuritas & gros-

sa

ſa reſolutio, non admittunt. Iris igitur hac ratione ſignificat reſolutionis humidæ paucitatem, ideoque oppoſitum cataclyſmi. Amplius tanquam cauſa reflexorum radiorum à nubibus concurſus cum radiis directis ad hoc nonnihil facit. Non enim generatur Iris in nubibus, in omnino denſis: oportet ſiquidem quòd radii Solares liberè tranſeant in nubes ex oppoſita parte cæli ſitas, & cum radiis directè incidentibus concurrant, ex quorum concurſu fiat vaporum attenuatio, ut pluviæ materia conſumatur. Hæc autem intelligenda ſunt, cùm Iris generatur ſecundum quantitatem ſemicircunferentiæ: aliquando enim fit ſecundum modicam quantitatem.

PROPOSITIO XXII.

Lucem Solarem & ſideralem, in perſpico puro eſſiere galaxiam.

Quidam hoc loco Philoſopho contradicere non erubeſcunt, & dicunt galaxiam non generari in ignis puriſſima regione, quaſi impreſſio fieri non poſſit in corpore tranſparente: cùm tamen contra videamus Solarem radium in domo ſubobſcura, per aërem tranſeuntem: quamvis in aëre non ſit ſenſibilis denſitas, tamen vehementiſſima radiatio ipſius lucis ſe abſcondere non poteſt. Multiplicatio igitur radiorum ſtellarum concurrentium in ſuprema parte ignis, poteſt ibi, ex eadem ratione, ſenſibiliter apparere.

FINIS PERSPECTIVÆ COMMUNIS.

Libri qui prostant venales apud Franc: Oxlad, Bibl: Oxon.

Livii Orationes.	12°
Keckermanni Cursus Mathematicus.	8°
Gallilæi Systema Mundi.	8°
Erasmi Moriæ Encomium.	12°
Mori Utopia.	24°
Boethius De Consolatione Philo:	16°
Gygantis Systema Cosmographicum.	8°
Philippi du Trieu, Manuductio ad Logicam.	8°

ERRATA.

Sic Corrige.

PAg. 20. *lin.* 2. lege *rectis & curris.* p. 27. l. 6. *comprehendentium.* p. 28. *l.* 4. *æquatur alteri* τῦ θέσει. p. 30. l. 4. *Hypotenusam.* ibid. l. 13. *Angulus e.* p. 43. l. 1. *Stereometriæ.* p. 59. *plurium pro plurimum.* p. 64. l. 21. *Metiri.* p. 72. l. 11. *δίορ.* p. 81. l. 13. *facti* p. 110. l. 5. *Triangula.* p. 148. l. 20. *peripheriave.* p. 149. l. ult. *rectis*, p. 154. l. 11. *τετραγώνισμον.* p. 174. l. 22. *distantias.* p. 177. l. 16. *Fig.* 4. p. 199. l. 18. *libello.* p. 286. *Fig. centrum D pro I pone H pro E Q. & juxta lineam F K sint literæ G E B.* p. 275. *Fig. D centrum.* p. 288. *Fig. centrum D.*

Fig: 1ª Tab: 1ª et Pag. 112. et Pag: 172.

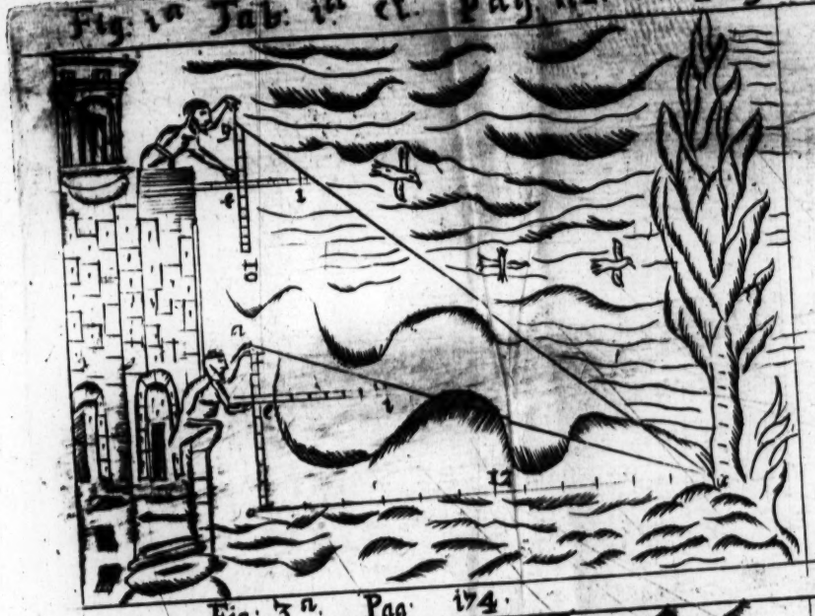


Fig 2ª Pag 112

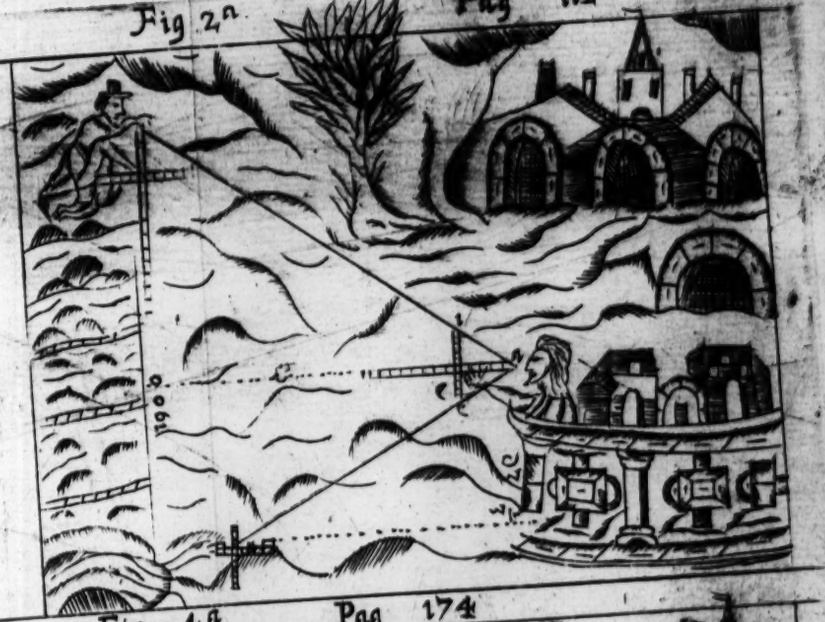
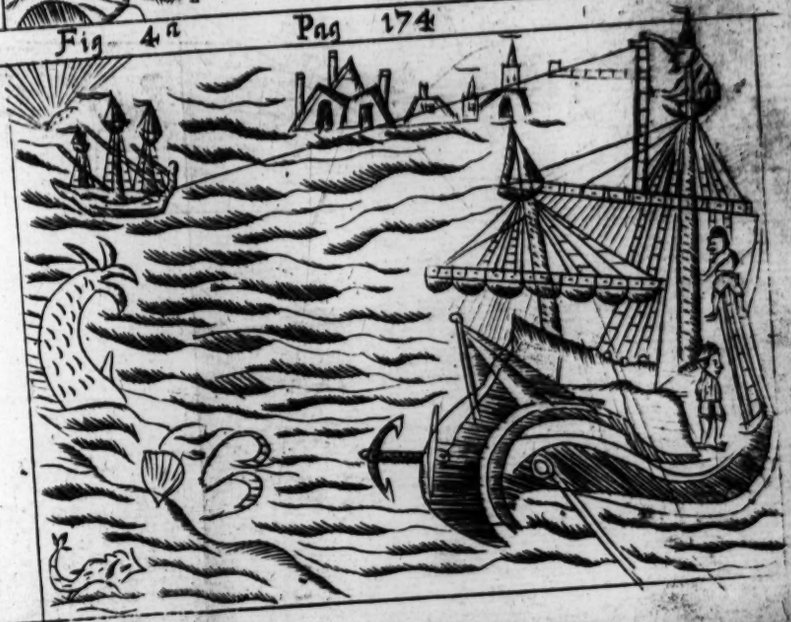


Fig: 3ª. Pag. 174.

Fig 4ª Pag 174



Tab: 2ª. Fig: 1ª. Pag: 174.

Fig: 2ª. Pag: 175.

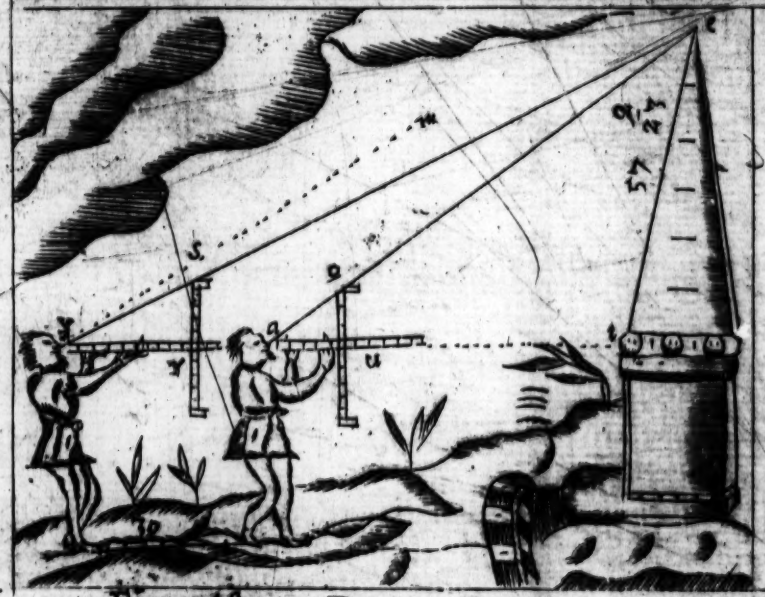


Fig: 4ª. Pag: 177.

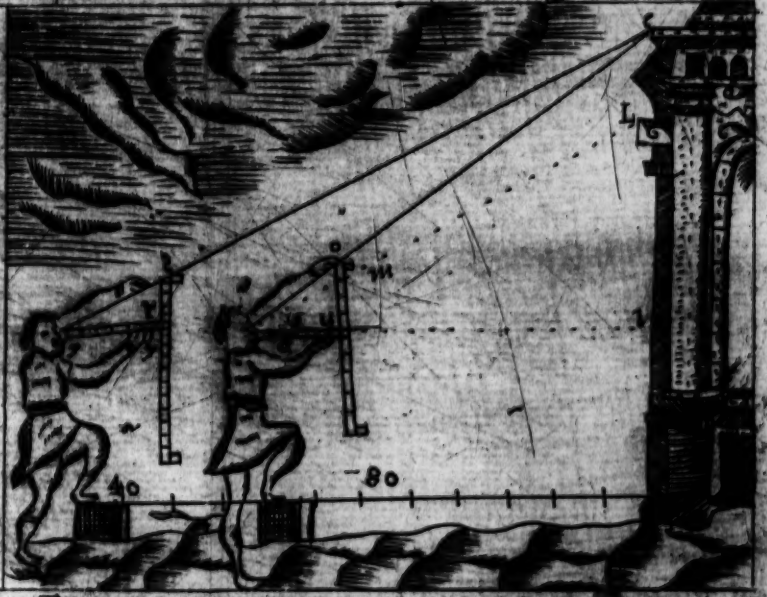
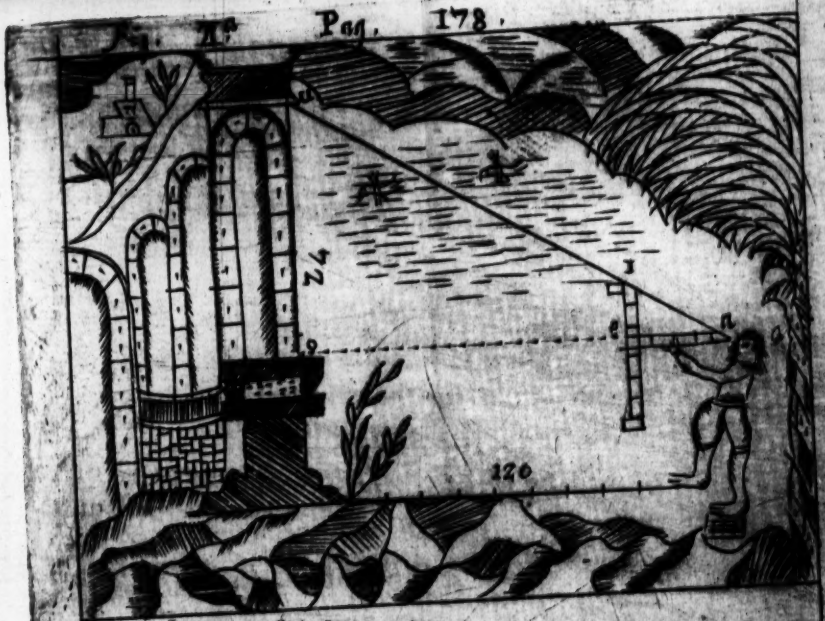


Fig: 3ª. Pag: 176.

Tab. 3ª Fig. 1ª Pag. 178.



Tab. 3ª Fig. 2ª Pag. 179.

Fig. 3ª Pag. 180

Fig. 4ª Pag. 180.

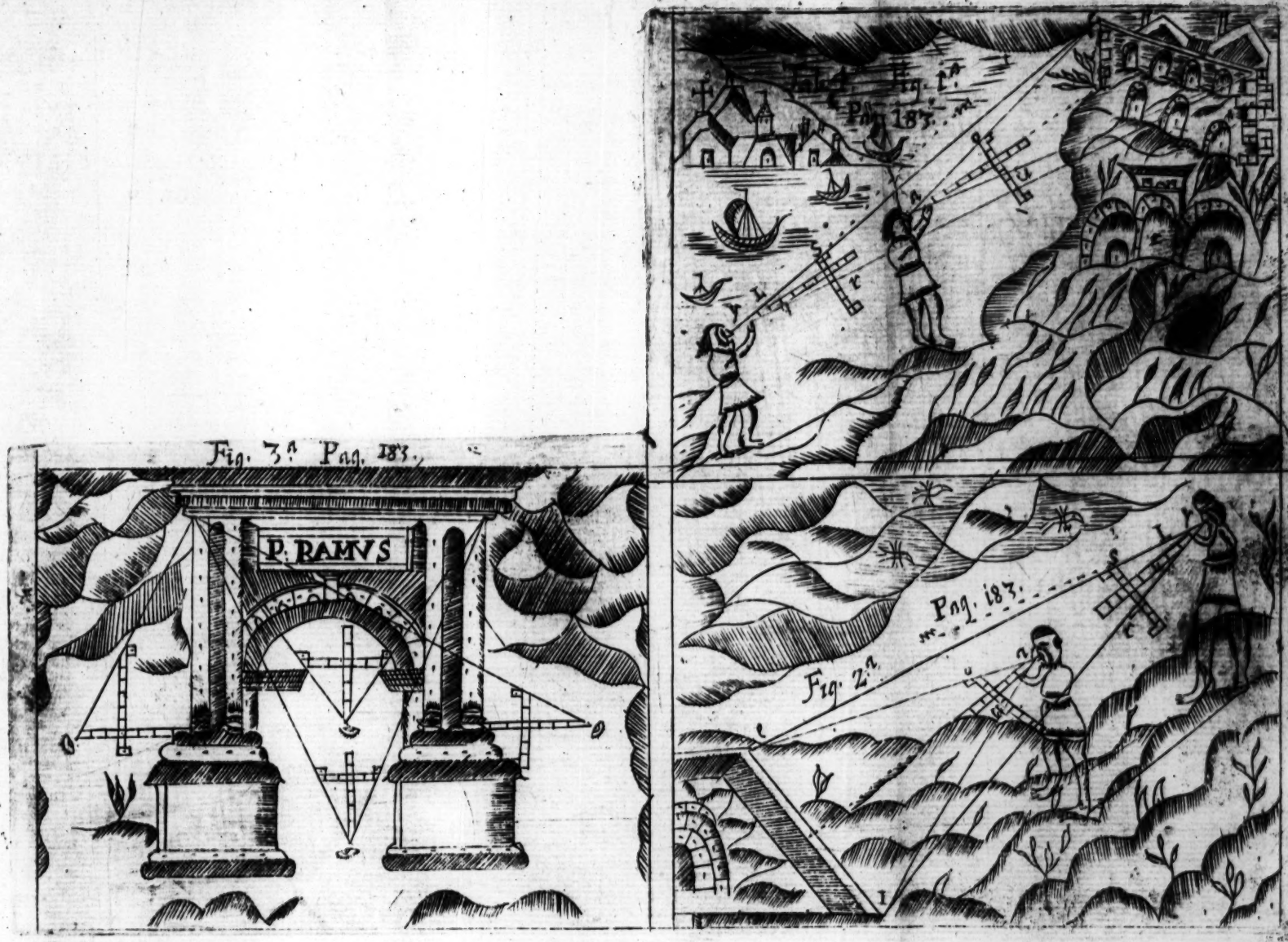


Fig. 1ª.
Pag. 183.
Fig. 3ª. Pag. 183.
P. RAMVS
Pag. 183.
Fig. 2ª.